

## Savoir CALCULER AVEC DES PROPORTIONS

### Ce qu'il faut savoir

- **Les trois formules qui lient la proportion  $p$ , l'effectif total  $n_T$  et l'effectif d'une partie  $n_A$**

La proportion d'une partie A dans un total T vaut 
$$p = \frac{n_A}{n_T}$$
 dont on déduit 
$$n_A = n_T \times p$$
 et 
$$n_T = \frac{n_A}{p}$$
.

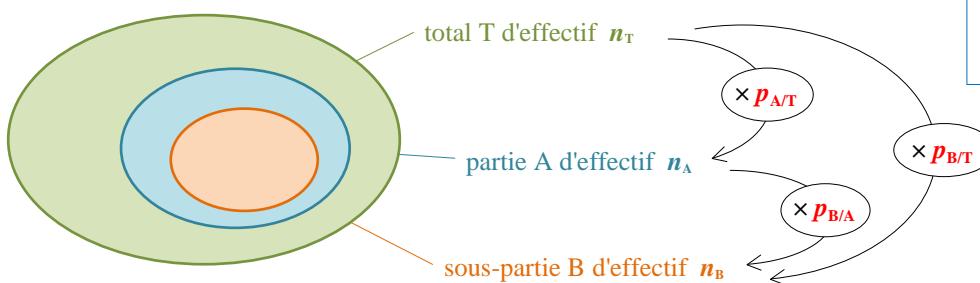
- **Les formules avec un total, une partie et une sous-partie**

- On a { une partie A dans un total T  
une sous-partie B dans la partie A (B est donc une partie de T), c'est-à-dire  $B \subset A \subset T$ .

- { Si  $p_{A/T}$  est la proportion de A dans T  
si  $p_{B/A}$  est la proportion de B dans A, alors la proportion  $p_{B/T}$  de B dans T est  $p_{B/A} \times p_{A/T}$ .

- De la formule 
$$p_{B/T} = p_{B/A} \times p_{A/T}$$
, on déduit 
$$p_{B/A} = \frac{p_{B/T}}{p_{A/T}}$$
 et 
$$p_{A/T} = \frac{p_{B/T}}{p_{B/A}}$$
.

- Les nombreuses formules peuvent être retrouvées en retenant le schéma suivant :



### Ce qu'il faut savoir faire

- **Écrire une proportion sous forme fractionnaire, décimale ou en pourcentage**

- La formule rouge donne la proportion d'abord **sous forme fractionnaire**, puis, en divisant, **sous forme décimale** puis, en décalant la virgule, **sous forme de pourcentage**.

- La fraction est toujours exacte.  
Les formes décimale et en pourcentage peuvent être parfois exactes, souvent arrondies.

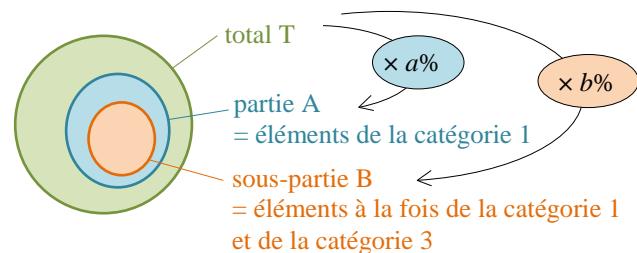
Exemple : La proportion exacte  $\frac{231}{840}$  s'écrit { en divisant, sous forme décimale exacte 0,275 puis en décalant la virgule, sous forme de pourcentage exact 27,5% .

Exemple : La proportion exacte  $\frac{354}{530}$  qui vaut 0,6679... s'écrit { sous forme décimale arrondie 0,668 sous forme de pourcentage arrondi 66,8% .

- Attention à ne pas écrire de bêtise : une proportion est toujours inférieure à 1 !
- Avec une partie A dans un total T, **calculer p ou  $n_T$  ou  $n_A$  connaissant les deux autres**
  - Utiliser la formule rouge ou les formules violettes.
- Avec un total, des parties et des sous-parties, **calculer un effectif ou une proportion**
  - Utiliser les formules violettes ou les formules bleues.
  - Il est conseillé de faire le schéma, mais attention à bien comprendre dans le texte qui joue le rôle du total, de la partie et de la sous-partie.

- Utiliser un tableau croisé de proportions

	Catégorie 1	Catégorie 2	Total
Catégorie 3	$b\%$	...	$c\%$
Catégorie 4	...	...	...
Total	$a\%$	...	100%



- Un ensemble total est partagé suivant deux critères :
  - suivant un 1<sup>er</sup> critère, les éléments sont dans une catégorie 1 ou 2,
  - suivant un 2<sup>e</sup> critère, les éléments sont dans une catégorie 3 ou 4.

Nous n'avons aucun effectif.

Tous les pourcentages du tableau sont des proportions du total. Ainsi :

- en bleu, la partie A des éléments de la catégorie 1 représente  $a\%$  du total.
- en orange, la partie B des éléments à la fois de la catégorie 1 et la catégorie 3 représente  $b\%$  du total.

- Avec les effectifs, nous calculerons la proportion représentant de B dans A avec  $\frac{\text{effectif de B}}{\text{effectif de A}}$ .

En l'absence d'effectifs, on calcule cette proportion de B dans A avec  $\frac{b\%}{a\%}$ , c'est-à-dire  $\frac{\text{proportion de B dans T}}{\text{proportion de A dans T}}$ .

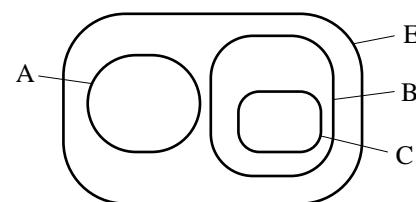
On dit que c'est une **proportion de proportions**.

Remarques sur les exercices:

- L'exercice ① propose cinq situations purement abstraites, pour s'entraîner à faire le schéma et organiser ses calculs.
- L'exercice ② travaille dans des tableaux de proportions.
- Les exercices suivants sont des situations concrètes.

① Les cinq exercices sont indépendants.

- 32 % des éléments d'un ensemble R sont dans une partie S.  
28 % des éléments de S sont dans une sous-partie T.  
Quel pourcentage représente les éléments de R qui sont dans T ?
- Dans un ensemble A,  $\frac{5}{6}$  des éléments sont dans une partie B.  
Dans cette partie B,  $\frac{9}{10}$  des éléments sont dans une sous-partie C.
  - Calculer la proportion des éléments de A qui sont dans C.  
Exprimer cette proportion en fraction, en décimal et en pourcentage.
  - On sait qu'il y a 47 500 éléments dans A.  
Combien y a-t-il d'éléments dans C ?
- On considère un ensemble  $\mathcal{R}$  et deux sous-ensembles  $\mathcal{L}$  et  $\mathcal{K}$  tels que  $\mathcal{L} \subset \mathcal{K} \subset \mathcal{R}$ .  
On sait que l'effectif de  $\mathcal{K}$  est 2 400.  
On sait aussi que la proportion de  $\mathcal{L}$  dans  $\mathcal{K}$  est 16 % et que la proportion de  $\mathcal{L}$  dans  $\mathcal{R}$  est 15 %.
  - Calculer la proportion en pourcentage de  $\mathcal{K}$  dans  $\mathcal{R}$ .
  - Calculer les effectifs de  $\mathcal{L}$  et de  $\mathcal{R}$ .
- Soit un ensemble E à 7500 éléments.  
On donne une partie F de E à 375 éléments.  
On donne une partie G de F telle que la proportion de G dans F est 0,68.  
Calculer la proportion de G dans E.
- On donne les ensembles définis par le diagramme ci-contre :  
On sait que :
  - il y a 57 750 éléments dans C ;
  - la proportion de A dans E est 15 % ;
  - la proportion de B dans E est 88 % ;
  - la proportion de C dans B est 21 % .
 Calculer le nombre d'éléments dans A.



- ② Les trois exercices sont indépendants.

Les pourcentages non exacts seront arrondis à 0,1 %.

1. On donne les répartitions de vaches dans une exploitation.

- Recopier et compléter ce tableau.
- Parmi les limousines, quel est le pourcentage de femelles ?
- Parmi les femelles, quel est le pourcentage de limousines ?
- Parmi les mâles, quel est le pourcentage de normandes ?

	Limousines	Normandes	Total
Mâles	12 %		18 %
Femelles		35 %	
Total			100 %

2. Dans une commune, le tableau ci-contre montre la répartition des élèves dans les établissements scolaires :

	Habitants de la commune	Hors commune	Total
Maternelle		8,3 %	21,5 %
Élémentaire	27,9 %		
Collège			47,1 %
Total		39,2 %	

- Recopier et compléter ce tableau.
  - Quel pourcentage représentent les collégiens dans les élèves résidant dans la commune ?
  - Quelle est la proportion des élèves de maternelle qui habitent hors de la commune ?
3. Dans un lycée disposant d'un internat, on a relevé les proportions suivantes :

	Seconde	Première	Terminale	Total
Internes		5 %	4 %	
Demi-pensionnaires		25 %		72 %
Externes	5 %		3 %	
Total		34 %	24 %	

- Recopier et compléter ce tableau.
- Quel est le pourcentage des internes qui sont en Seconde ?
- Parmi les Terminales, quelle est la proportion des demi-pensionnaires ?
- Quelle proportion des demi-pensionnaires sont en Seconde ?
- On considère les élèves de Première. Calculer la proportion des externes.

- ③ Le groupe sanguin AB est le plus rare et ne se trouve que chez 4 % des humains.

Dans chaque groupe sanguin O, A, B et AB, le rhésus négatif est dans une proportion d'environ 15 %.

- Quelle est la proportion des humains de type AB<sup>-</sup> sur Terre ?
- En considérant qu'il y a environ 7,6 milliards d'humains sur Terre, calculer le nombre d'humains de type AB<sup>-</sup>.

- ④ Voici les animaux recensés à un point d'eau d'une réserve d'Afrique du Sud :



- Les mammifères femelles représentent 35 % de ces animaux recensés. Calculer la proportion des mammifères femelles parmi les mammifères vus ce jour-là.
- Les antilopes vues sur jour-là représente 5,9 % des antilopes de la réserve. Et 12,7 % des animaux de la réserve sont des antilopes. Calculer la proportion de la réserve représentant les animaux vus ce jour-là.

- ☛ (5) Dans un lycée, le tableau ci-dessous qui représente la répartition des élèves en fonction de leur temps de trajet le matin :

Intervalles de temps (en minutes)	[ 0 ; 10 [	[ 10 ; 15 [	[ 15 ; 20 [	[ 20 ; 60 [
Proportions	8 %			
Effectifs				

Les services administratifs fournissent les informations suivantes :

- 40 % des élèves viennent en transport scolaire ;
- les élèves qui prennent le transport scolaire mettent au moins 15 minutes pour venir au lycée ;
- parmi les élèves qui mettent au moins 15 minutes pour venir, 62,5 % prennent le transport scolaire et 25 % mettent au moins 15 minutes pour venir.

- Compléter la ligne des proportions.
- Sachant que 350 élèves prennent le transport scolaire, remplir la ligne des effectifs.