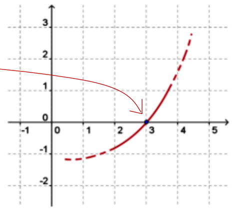
Correction de 2de - FONCTIONS - Fiche 2

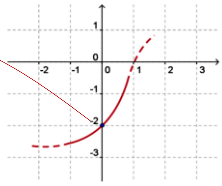
① **1.** **a.** -113 est l'image de 84 par g .

b. $0{,}01$ est l'image de $0{,}75$ par φ .

c. 0 est l'image de 3 par f . → Le point est sur l'axe des abscisses donc a pour ordonnée 0 : c'est l'image.
L'abscisse est 3 : c'est l'antécédent.



d. -2 est l'image de 0 par ψ . → Le point est sur l'axe des ordonnées donc a pour abscisse 0 : c'est l'antécédent.
L'ordonnée est -2 : c'est l'image.



2. **a.** Le point de coordonnées (75 ; 2 540) est sur la courbe de la fonction H .

b. Le point de coordonnées (1,2 ; –5,3) est sur la courbe de la fonction F .

c. Le point de coordonnées (–2 ; 0,5) est sur la courbe de la fonction G .

d. Les points de coordonnées $\left(\frac{2}{3} ; -7\right)$ et $\left(\frac{2}{3} ; \frac{1}{3}\right)$ sont sur la courbe de la fonction f .

---

② **a.** L'image de -3 par f est 6
donc, le point de coordonnées $(-3 ; 6)$ est sur la courbe représentative de f .

b. D'après le tableau, l'image de 3 par f est 15 et non 10 → 3 ne peut pas avoir une autre image que 15 ...
donc, le point de coordonnées $(3 ; 10)$ ne peut être sur la courbe représentative de f .

c. L'image de 4 par f peut être 15 → 15 est déjà l'image de 3 mais il peut être aussi l'image de 4 .
alors, le point de coordonnées $(4 ; 15)$ peut être sur la courbe représentative de f .

---

③ **a.** Je calcule l'image de l'abscisse $0{,}12$ pour voir si je trouve $-2{,}99$ ou non.

$F(0{,}12) = 0{,}12^2 - 3$
$= 0{,}0144 - 3$
$= -2{,}9856 \neq -2{,}99$

donc $A \notin \mathscr{C}_F$.

b. On me donne l'abscisse 32 et je dois calculer l'ordonnée.
Je calcule l'image/ordonnée $F(32)$.

$F(32) = 32^2 - 3$
$= 1\,024 - 3$
$= 1\,021$

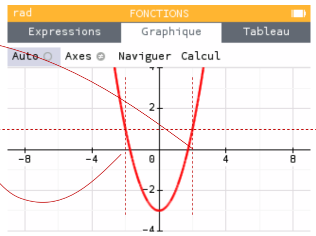
donc $B(32 ; 1\,024)$. → Vous pouvez aussi conclure : L'ordonnée de C est $1\,024$.

c. On me donne l'ordonnée 1 et je dois calculer les abscisses.
Je calcule les antécédents/abscisses en résolvant l'équation $F(x) = 1$.

$F(x) = 1$
$\Leftrightarrow x^2 - 3 = 1$
$\Leftrightarrow x^2 = 1 + 3$
$\Leftrightarrow x^2 = 4$
$\Leftrightarrow x = \sqrt{4}$ ou $x = -\sqrt{4}$
$\Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$

Donc les points ont pour abscisses 2 et -2 .

On peut contrôler certaines choses avec la calculatrice :



d. Je calcule l'image de l'abscisse 17 pour voir si je trouve 286 ou non.

$F(17) = 17^2 - 3$
$= 289 - 3$
$= 286$

donc $C \in \mathscr{C}_F$.

e. Les points de l'axe des abscisses ont pour ordonnée 0 et je dois calculer les abscisses.
Je calcule les antécédents/abscisses en résolvant l'équation $F(x) = 0$.

$F(x) = 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 3 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 = 3$
$\Leftrightarrow x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$

Donc, les points d'intersection de $\mathscr{C}_F$ avec l'axe des abscisses ont pour coordonnées $(\sqrt{3} ; 0)$ et $(-\sqrt{3} ; 0)$.

f. Les points de l'axe des ordonnées ont pour abscisse 0 et je dois calculer l'ordonnée.
Je calcule l'image/ordonnée $F(0)$.

$F(0) = 0^2 - 3$
$= -3$

Donc, le point d'intersection de $\mathscr{C}_F$ avec l'axe des ordonnées a pour coordonnées $(0\,;-3)$.

---

④ L'exercice ne traite que des points d'intersection.
Nous aurons donc à utiliser les résolutions d'équations $f(x) = g(x)$.

1. $f(x) = g(x)$

$\Leftrightarrow x^2 + 5 = 6x - 4$

Je vois une équation du second degré...Il faudra utiliser le **théorème du produit nul**.

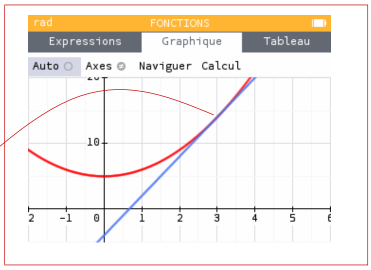
$\Leftrightarrow x^2 + 5 - 6x + 4 = 0$ → J'annule le membre de droite.

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0$ → Je dois factoriser et je reconnais l'identité remarquable $A^2 + 2{\times}A{\times}B + B^2$ qui devient $(A+B)^2$.

$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 0$ → Je factorise et j'ai bien mon **produit nul**.

$\Leftrightarrow x - 3 = 0$ → C'est la situation la plus simple.

$\Leftrightarrow x = 3$



Attention, nous n'avons trouvé que l'abscisse.
Il nous faut aussi l'ordonnée.
On peut la calculer avec $f(3)$ ou avec $g(3)$ (puisqu'on sait que $f(3) = g(3)$!) mais c'est plus simple avec g :

$g(3) = 6{\times}3 - 4 = 18 - 4 = 14$

Donc, le point d'intersection des représentations graphiques de f et g a pour coordonnées $(3\,;14)$.

---

2. **a.** On préfère bien sûr développer que factoriser, partons donc de $(2x+1)(3-x)$:

$(2x+1)(3-x) = 6x - 2x^2 + 3 - x$
$= -2x^2 + 5x + 3$

b. $h_1(x) = h_2(x)$

$\Leftrightarrow -2x^2 + 7x - 7 = 2(x-5)$

$\Leftrightarrow -2x^2 + 7x - 7 = 2x - 10$

$\Leftrightarrow -2x^2 + 7x - 7 - 2x + 10 = 0$

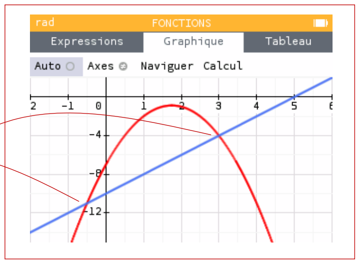
$\Leftrightarrow -2x^2 + 5x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow (2x+1)(3-x) = 0$ d'après la question **a.**

$\Leftrightarrow 2x + 1 = 0$ ou $3 - x = 0$ → J'applique le **théorème du produit nul**.

$\Leftrightarrow 2x = -1$ ou $-x = -3$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$ ou $x = 3$ → Vous pouvez sauter l'étape précédente si vous voulez.



Nous n'avons trouvé que les abscisses.
Il nous faut aussi les ordonnées.
Nous allons préférer calculer avec h_2 :

$h_2(-\frac{1}{2}) = 2(-\frac{1}{2} - 5) = 2(-\frac{11}{2}) = -11$

$h_2(3) = 2(3-5) = 2(-2) = -4$

Donc, les points d'intersection de $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ ont pour coordonnées $(-\frac{1}{2}\,;-11)$ et $(3\,;-4)$.

---

3. $F_1(x) = F_2(x)$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x + 1 = 4 - 0{,}5\,x$ → Mais... c'est une équation du 3^ème^ degré ! ☹

Voilà une situation bien fâcheuse...
Sauf que, si on lit bien l'énoncé, on ne vous demande pas de trouver les coordonnées des points d'intersection...
On vous demande de démontrer qu'un point K dont vous connaissez les coordonnées $(2\,;3)$ est sur $\mathscr{C}_{F_1}$ et est sur $\mathscr{C}_{F_2}$.
Nous sommes donc dans la situation du ③ **a.** à faire deux fois, pour F_1 puis pour F_2 .

Je calcule l'image de l'abscisse 2 par F_1 pour voir si je trouve 3 ou non.

$F_1(2) = 2^3 - 3{\times}2^2 + 3{\times}2 + 1$
$= 8 - 12 + 6 + 1$
$= 3$

donc $K \in \mathscr{C}_{F_1}$.

Je calcule l'image de l'abscisse 2 par F_2 pour voir si je trouve 3 ou non.

$F_2(2) = 4 - 0{,}5{\times}2$
$= 4 - 1$
$= 3$

donc $K \in \mathscr{C}_{F_2}$.

On en déduit que K est bien un point d'intersection de $\mathscr{C}_{F_1}$ et $\mathscr{C}_{F_2}$.

---

4. $G(x) \;=\; H(x)$

$\Leftrightarrow\; 0{,}5x^2 + 3 \;=\; 2$

Je vois une équation du second degré qui va se ramener à une simple équation carré.

$\Leftrightarrow\; 0{,}5x^2 \;=\; 2 - 3$

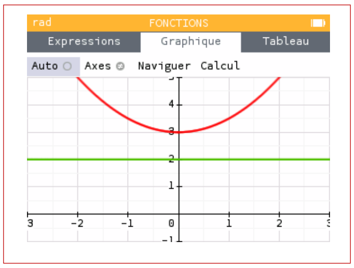
$\Leftrightarrow\; 0{,}5x^2 \;=\; -1$

$\Leftrightarrow\; x^2 \;=\; \dfrac{-1}{0{,}5}$

$\Leftrightarrow\; x^2 \;=\; -2$: impossible car un carré ne peut pas être négatif

On ne peut donc pas trouver l'abscisse d'un point d'intersection…

Donc, les représentations graphiques $\mathscr{C}_G$ et $\mathscr{C}_H$ ne se coupent pas.



---

⑤ *Situation originale…*

- *Nous savons que la fonction du second degré* φ *ne sera pas représentée par une droite, sa courbe est donc* $\mathscr{C}_1$ *ou* $\mathscr{C}_3$ *ou* $\mathscr{C}_5$.
  Cherchons un point appartenant à la courbe de φ *ayant une abscisse sympathique :*

  $\varphi(0) = 0^2 - 3\times 0 + 1$ → 0 *est toujours le plus sympathique !*
  $= 1$

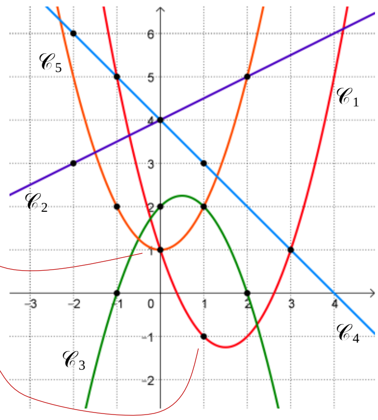
  Donc, la représentation graphique de φ passe par le point de coordonnées $(0\,;1)$.
  Donc, ce n'est pas $\mathscr{C}_3$ qui passe par $(0\,;2)$.

  Nous avons éliminé $\mathscr{C}_3$ *mais il en reste à choisir entre* $\mathscr{C}_1$ *et* $\mathscr{C}_5$.
  Cherchons un autre point :

  $\varphi(1) = 1^2 - 3\times 1 + 1$ → 1 *est souvent celui qu'on utilise après* 0 .
  $= 1 - 3 + 1 = -1$

  Donc, la représentation graphique de φ passe par le point de coordonnées $(1\,;-1)$.
  Donc, ce n'est pas $\mathscr{C}_5$ qui passe par $(1\,;2)$.

  Donc, la représentation graphique de φ est $\mathscr{C}_1$ qui passe bien par $(1\,;-1)$.



Attention à ne pas inventer des recettes miracles.
La connaissance d'un seul point d'une courbe ne suffit pas pour connaître l'expression d'une fonction. Il y a une infinité de fonctions dont les représentations graphiques passent par $(1\,;-1)$.

Nous pouvons conclure ici car ***nous savons que la courbe de*** φ ***est parmi celles qui ont été tracées***.

Remarquons qu'on aurait pu répondre à la question avec un seul calcul…

$\varphi(-1) \;=\; (-1)^2 - 3\times(-1) + 1$
$\;=\; 1 + 3 + 1 \;=\; 5$

Donc, la représentation graphique de φ passe par le point de coordonnées $(-1\,;5)$.
Donc, ce n'est pas $\mathscr{C}_3$ qui passe par $(-1\,;0)$ et ce n'est pas $\mathscr{C}_5$ qui passe par $(-1\,;2)$.

Donc, la représentation graphique de φ est $\mathscr{C}_1$ qui passe bien par $(-1\,;5)$.

- *Nous savons que la fonction affine* ψ *sera représentée par une droite, donc* $\mathscr{C}_2$ *ou* $\mathscr{C}_4$.
  On peut utiliser la même méthode en cherchant un point appartenant à la courbe de ψ *avec une abscisse choisie.*
  On doit éviter le sympathique 0 *qui ne peut départager* $\mathscr{C}_2$ *et* $\mathscr{C}_4$ *car elles passent toutes les deux par* $(0\,;4)$.
  Avec $\psi(-2) = 4 - (-2) = 6$, *on a notre réponse : c'est* $\mathscr{C}_4$.

  Mais avec les fonctions affines, on sait utiliser le coefficient directeur…

  Le coefficient directeur de ψ est -1 négatif → $4 - x$ *peut s'écrire* $-1x + 4$ *et le coefficient directeur est le multiplicateur de* x .
  donc ψ est décroissante
  donc, la représentation graphique de ψ est $\mathscr{C}_4$.