Correction de 2^{de} - VECTEURS - Fiche 3

①

1. Rédaction simple et à automatiser :

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}7-(-5)\\-3-2\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}12\\-5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{RM}\begin{pmatrix}-5-(-6)\\2-10\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{RM}\begin{pmatrix}1\\-8\end{pmatrix}$

> Écrivez vos coordonnées colonnes par colonnes :
>
> $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}\quad\\\quad\end{pmatrix}$ puis $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}7\\-3\end{pmatrix}$ puis $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}7\ -\\-3\ -\end{pmatrix}$ puis $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}7-(-5)\\-3-\ 2\end{pmatrix}$
>
> ou directement $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}7+5\\-3-2\end{pmatrix}$

2. Nous connaissons déjà les coordonnées des deux vecteurs :

$3\,\overrightarrow{MN}-5\,\overrightarrow{RM}\begin{pmatrix}3\times12-5\times1\\3\times(-5)-5\times(-8)\end{pmatrix}$ donc $3\,\overrightarrow{MN}-5\,\overrightarrow{RM}\begin{pmatrix}31\\15\end{pmatrix}$

← Les opérations faites sur les vecteurs se retrouvent faites $\begin{cases}\text{sur les abscisses}\\\text{sur les ordonnées.}\end{cases}$

3. Nous ne connaissons pas les coordonnées des deux vecteurs, il faut d'abord les calculer :

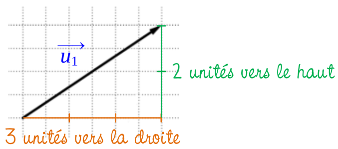
$$\begin{cases}\overrightarrow{RN}\begin{pmatrix}7-(-6)\\-3-10\end{pmatrix}\text{ donc }\overrightarrow{RN}\begin{pmatrix}13\\-13\end{pmatrix}\\\overrightarrow{NM}\begin{pmatrix}-5-7\\2-(-3)\end{pmatrix}\text{ donc }\overrightarrow{NM}\begin{pmatrix}-12\\5\end{pmatrix}\end{cases}$$

donc $-4\,\overrightarrow{RN}+2\,\overrightarrow{NM}\begin{pmatrix}-4\times13+2\times(-13)\\-4\times(-13)+2\times5\end{pmatrix}$ donc $-4\,\overrightarrow{RN}+2\,\overrightarrow{NM}\begin{pmatrix}-78\\62\end{pmatrix}$

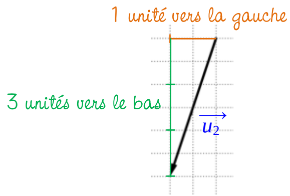
②

1. L'axe des abscisses et l'axe des ordonnées ne sont ici d'aucune utilité pour trouver les abscisses et les ordonnées !
Sauf qu'on y trouve l'unité de longueur... Attention, il faut compter de 2 carreaux en 2 carreaux...

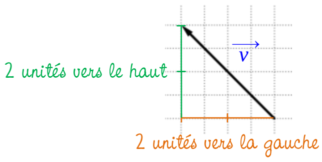
$\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$



$\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$



$\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$



$\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}2{,}5\\0\end{pmatrix}$

2. Il y a juste à appliquer aux coordonnées les calculs faits sur les vecteurs (repérés en rose) :

- $\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}3+(-1)\\2+(-3)\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$.
- $\overrightarrow{v}-\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}-2-2{,}5\\2-0\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{v}-\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}-4{,}5\\2\end{pmatrix}$.
- $5\,\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}5\times3\\5\times2\end{pmatrix}$ donc $5\,\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}15\\10\end{pmatrix}$.
- $\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{u_2}+\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}3+(-1)+(-2)+2{,}5\\2+(-3)+2+0\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{u_2}+\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}2{,}5\\1\end{pmatrix}$.
- $3\,\overrightarrow{u_1}+7\,\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}3\times3+7\times(-1)\\3\times2+7\times(-3)\end{pmatrix}$ donc $3\,\overrightarrow{u_1}+7\,\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}2\\-15\end{pmatrix}$.
- $0{,}5\,\overrightarrow{v}+0{,}1\,\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}0{,}5\times(-2)+0{,}1\times3\\0{,}5\times2+0{,}1\times2\end{pmatrix}$ donc $0{,}5\,\overrightarrow{v}+0{,}1\,\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}-0{,}7\\1{,}2\end{pmatrix}$.
- $\frac{3}{7}\,\overrightarrow{u_1}+\frac{1}{3}\,\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}\frac{3}{7}\times3+\frac{1}{3}\times(-1)\\\frac{3}{7}\times2+\frac{1}{3}\times(-3)\end{pmatrix}$ donc $\frac{3}{7}\,\overrightarrow{u_1}+\frac{1}{3}\,\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}\frac{20}{21}\\-\frac{1}{7}\end{pmatrix}$.

③ **1.** M milieu de $[UV]$

donc $M\left(\frac{-2+(-9)}{2}\ ;\ \frac{-8+20}{2}\right)$ ← N'oubliez pas cette formule, tellement pratique et rapide !.

donc $M(-5{,}5\ ;\ 6)$.

---

2. Posons $(x\ ;\ y)$ les coordonnées de A . ← Je pose les coordonnées inconnues.

On pourrait poser $(x_A\ ;\ y_A)$, ce serait plus joli mais vite pénible à écrire...

$\overrightarrow{SA}\begin{pmatrix} x-11 \\ y-(-5) \end{pmatrix}$ ← J'exprime les coordonnées du vecteur qui contient le point inconnu.

$\overrightarrow{UV}\begin{pmatrix} -9-(-2) \\ 20-(-8) \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{UV}\begin{pmatrix} -7 \\ 28 \end{pmatrix}$ ← Je calcule les coordonnées de l'autre vecteur.

$\overrightarrow{SA} = \overrightarrow{UV}$ ← Je pars de l'égalité donnée.

donc $\begin{cases} x-11=-7 \\ y-(-5)=28 \end{cases}$ ← Je transforme l'égalité de vecteurs en $\begin{cases} \text{égalité des abscisses} \\ \text{égalité des ordonnées.} \end{cases}$

donc $\begin{cases} x=-7+11 \\ y=28-5 \end{cases}$ ← Cette étape élémentaire peut être sautée.

donc $\begin{cases} x=4 \\ y=23 \end{cases}$

donc $A(4\ ;\ 23)$. ← Je conclus proprement.

---

3. Posons $(x\ ;\ y)$ les coordonnées de B .

$\overrightarrow{BU}\begin{pmatrix} -2-x \\ -8-y \end{pmatrix}$ ← Attention à la position de x et y .

$\overrightarrow{SV}\begin{pmatrix} -9-11 \\ 20-(-5) \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{SV}\begin{pmatrix} -20 \\ 25 \end{pmatrix}$ donc $2\ \overrightarrow{SV}\begin{pmatrix} -40 \\ 50 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BU} = 2\ \overrightarrow{SV}$

donc $\begin{cases} -2-x=-40 \\ -8-y=50 \end{cases}$

donc $\begin{cases} -x=-38 \\ -y=58 \end{cases}$

donc $\begin{cases} x=38 \\ y=-58 \end{cases}$

donc $B(38\ ;\ -58)$.

---

4. $\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{CT}$

donc C milieu de $[ST]$ ← Ah, ah ! L'aviez-vous vu ?

donc $C\left(\frac{11+1}{2}\ ;\ \frac{-5+4}{2}\right)$

donc $C(6\ ;\ -0{,}5)$.

---

5. Posons $(x\ ;\ y)$ les coordonnées de D .

$\overrightarrow{TD}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{SD}\begin{pmatrix} x-11 \\ y-(-5) \end{pmatrix}$ donc $3\ \overrightarrow{SD}\begin{pmatrix} 3(x-11) \\ 3(y+5) \end{pmatrix}$ donc $3\ \overrightarrow{SD}\begin{pmatrix} 3x-33 \\ 3y+15 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{TD} = 3\ \overrightarrow{SD}$

donc $\begin{cases} x-1=3x-33 \\ y-4=3y+15 \end{cases}$

donc $\begin{cases} x-3x=-33+1 \\ y-3y=15+4 \end{cases}$ ← On pouvait supprimer le contraire et obtenir $\begin{cases} -1+33=3x-x \\ -4-15=3y-y \end{cases}$ pour avoir moins de $-$ à gérer.

donc $\begin{cases} -2x=-32 \\ -2y=19 \end{cases}$

donc $\begin{cases} x=\dfrac{-32}{-2} \\ y=\dfrac{19}{-2} \end{cases}$

donc $\begin{cases} x=16 \\ y=-9{,}5 \end{cases}$

donc $D(16\ ;\ -9{,}5)$.

---

6. Posons $(x\,;y)$ les coordonnées de E.

$\overrightarrow{VE}\begin{pmatrix} x-(-9) \\ y-20 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EU}\begin{pmatrix} -2-x \\ -8-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{ES}\begin{pmatrix} 11-x \\ -5-y \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{EU}+\overrightarrow{ES}\begin{pmatrix} -2-x+11-x \\ -8-y-5-y \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{EU}+\overrightarrow{ES}\begin{pmatrix} -2x+9 \\ -2y-13 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EU}=\overrightarrow{EU}+\overrightarrow{ES}$

donc $\begin{cases} x+9=-2x+9 \\ y-20=-2y-13 \end{cases}$

donc $\begin{cases} x+2x=9-9 \\ y+2y=-13+20 \end{cases}$

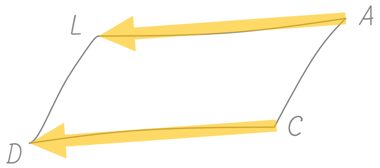
donc $\begin{cases} 3x=0 \\ 3y=7 \end{cases}$

donc $\begin{cases} x=0 \\ y=\dfrac{7}{3} \end{cases}$

donc $E\left(0\,;\dfrac{7}{3}\right)$.

---

④ **1.**



← Évitez de vous tromper dans l'ordre des lettres ! Faites un petit dessin...

On peut choisir le vecteur $\overrightarrow{AL}$ qui a L en point d'arrivée pour avoir $\begin{pmatrix} x-\ldots \\ y-\ldots \end{pmatrix}$ au lieu de $\begin{pmatrix} \ldots-x \\ \ldots-y \end{pmatrix}$.

On va donc utiliser l'égalité $\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{CD}$ (on aurait pu aussi choisir l'égalité $\overrightarrow{DL}=\overrightarrow{CA}$).

Posons $(x\,;y)$ les coordonnées de L.

$\overrightarrow{AL}\begin{pmatrix} x-52 \\ y-15 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -65-40 \\ -2-(-11) \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -105 \\ 9 \end{pmatrix}$

$LACD$ parallélogramme ← Repérez bien le statut du parallélogramme : <u>c'est une donnée</u>.

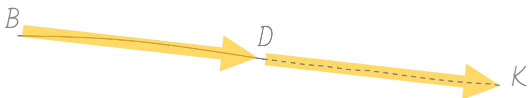
donc $\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{CD}$

donc $\begin{cases} x-52=-105 \\ y-15=9 \end{cases}$

donc $\begin{cases} x=-53 \\ y=24 \end{cases}$

donc $L(-53\,;24)$.

2.



Pensez que les symétriques sont une autre manière de parler de milieu...
Par exemple, on va utiliser ici l'égalité $\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{BD}$.

Posons $(x\,;y)$ les coordonnées de K.

$\overrightarrow{DK}\begin{pmatrix} x-(-65) \\ y-(-2) \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} -65-(-23) \\ -2-47 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} -42 \\ -49 \end{pmatrix}$

K symétrique de B par rapport à D

donc D milieu de $[BK]$

donc $\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{BD}$

donc $\begin{cases} x+65=-42 \\ y+2=-49 \end{cases}$

donc $\begin{cases} x=-107 \\ y=-51 \end{cases}$

donc $K(-107\,;-51)$.

Par curiosité, voici une autre méthode qui utilise la formule du milieu :

Posons $(x\,;y)$ les coordonnées de K.

K symétrique de B par rapport à D
donc D milieu de $[BK]$
donc D a pour coordonnées $\left(\dfrac{-23+x}{2}\,;\dfrac{47+y}{2}\right)$.

Or, on sait que $D(-65\,;-2)$

donc $\begin{cases}\dfrac{-23+x}{2}=-65\\[2mm]\dfrac{47+y}{2}=-2\end{cases}$

donc $\begin{cases}-23+x=-65\times2\\47+y=-2\times2\end{cases}$

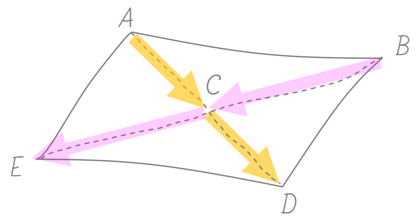
donc $\begin{cases}x=-130+23\\y=-4-47\end{cases}$

donc $\begin{cases}x=-107\\y=-51\end{cases}$

donc $K(-107\,;-51)$.

---

⑤



C va servir deux fois de milieu.

- Posons $(x\,;y)$ les coordonnées de D.

$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x-3\sqrt{2}\\y-(1-\sqrt{3})\end{pmatrix}$ ← Évidemment, ce sont les racines carrées qui vont nous embêter…

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\sqrt{2}-6\\1-\sqrt{3}-0\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\sqrt{2}-6\\1-\sqrt{3}\end{pmatrix}$

C centre du parallélogramme $ABDE$
donc C milieu de la diagonale $[AD]$
donc $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}$

donc $\begin{cases}x-3\sqrt{2}=3\sqrt{2}-6\\y-(1-\sqrt{3})=1-\sqrt{3}\end{cases}$

donc $\begin{cases}x=3\sqrt{2}-6+3\sqrt{2}\\y-1+\sqrt{3}=1-\sqrt{3}\end{cases}$

donc $\begin{cases}x=6\sqrt{2}-6\\y=1-\sqrt{3}+1-\sqrt{3}\end{cases}$

donc $\begin{cases}x=6\sqrt{2}-6\\y=2-2\sqrt{3}\end{cases}$

donc $D(6\sqrt{2}-6\,;2-2\sqrt{3})$.

- En utilisant la même méthode ou celle avec la formule du milieu vue au ④, on obtient $E(5\sqrt{2}-1\,;2-7\sqrt{3})$.

Pour éviter d'utiliser de nouveau $(x\,;y)$ comme couple inconnu dans le même exercice, vous pouvez commencer avec : Posons $(x'\,;y')$ les coordonnées de E.