Correction de 2^{de} - CALCUL ALGÉBRIQUE - Fiche 5

①

$A = 2x(10x+3)$
$= 20x^2 + 6x$

$B = (7a-4)(5a+3)$

$= 35a^2 \quad + 21a \quad - 20a \quad - 12$

S N L : + par + ; 7 par 5 ; a par a
S N L : + par + ; 7 par 3 ; a tout seul
S N L : – par + ; 4 par 5 ; a tout seul
S N L : – par + ; 4 par 3 ; pas de lettre

$= 35a^2 + a - 12$ → Je réduis en ajoutant le $+21a$ et le $-20a$ de même nature.

$C = -6x(x+7)$
$= -6x^2 - 42x$

$D = (11y-8)(1-2y)$
$= 11y - 22y^2 - 8 + 16y$
$= -22y^2 + 27y - 8$ → Je réduis en ajoutant le $11y$ et le $+16y$ de même nature.

$E = (9b+2)(2b+9)$
$= 18b^2 + 81b + 4b + 18$
$= 18b^2 + 85b + 18$ → Je réduis en ajoutant le $+81b$ et le $+4b$ de même nature.

$F = -5x^2(3x+8)$
$= -15x^3 - 40x^2$ → Attention : x^2 multiplié par x fait x^3. En effet : $x^2 \times x = x \times x \times x = x^3$.

$G = (-7a-1)(6b-10)$
$= -42ab + 70a - 6b + 10$ → Rien à réduire...

$H = (5x^2+x)(-x+3)$
$= -5x^3 + 15x^2 - x^2 + 3x$
$= -5x^3 + 14x^2 + 3x$ → Je réduis en ajoutant le $+15x^2$ et le $-x^2$ de même nature.

$I = (2x^2-15)(2x^2+11x-20)$
$= 4x^4 + 22x^3 - 40x^2 - 30x^2 - 165x + 300$
$= 4x^4 + 22x^3 - 70x^2 - 165x + 300$ → Je réduis en ajoutant le $-40x^2$ et le $-30x^2$ de même nature.

---

②

$A = (5x-3)^2$ → Grâce au nombre de termes et aux signes, je repère la $2^{ème}$ identité remarquable.

$= \boxed{\begin{array}{c} \quad^2 - 2\times \quad \times \quad + \quad^2 \\ (5x)^2 - 2\times 5x \times 3 + 3^2 \end{array}}$ → Je prépare scrupuleusement la deuxième partie de la formule.
→ Je complète avec les valeurs $5x$ et 3 (je ne m'occupe pas du $-$ du 3, il est déjà pris en compte dans la formule).

$= 25x^2 - 30x + 9$ → Je réduis.

$B = (10x-6)(10x+6)$ → Je repère la $3^{ème}$ identité remarquable.

$= \boxed{\begin{array}{c} \quad^2 - \quad^2 \\ (10x)^2 - 6^2 \end{array}}$ → Je prépare scrupuleusement la deuxième partie de la formule.
→ Je complète avec les valeurs $10x$ et 6.

$= 100x^2 - 36$

$C = (a+7)^2$
$= a^2 + 2\times a\times 7 + 7^2$
$= a^2 + 14a + 49$

$D = (11+8x)^2$
$= 11^2 + 2\times 11\times 8x + (8x)^2$
$= 121 + 176x + 64x^2$

$E = (9n-2)^2$
$= (9n)^2 - 2\times 9n\times 2 + 2^2$
$= 81n^2 - 36n + 4$

$F = (9+2x)(9-2x)$
$= 9^2 - (2x)^2$
$= 81 - 4x^2$

$G = (20a - b)(b + 20a)$ → On vous a tendu un piège : $(b + 20a)$ est pareil que $(20a + b)$! Et va donc très bien avec $(20a - b)$ ...
$= (20a - b)(20a + b)$
$= (20a)^2 - b^2$
$= 400a^2 - b^2$

$H = (4x - 7)^2$
$= (4x)^2 - 2\times4x\times7 + 7^2$
$= 16x^2 - 56x + 49$

$I = (100 + 3y)^2$
$= 100^2 + 2\times100\times3y + (3y)^2$
$= 10\,000 + 600y + 9y^2$

---

③ $A = (7x - 4)(5 - 3x) + (5x - 1)(8 + 2x)$
$= (35x - 21x^2 - 20 + 12x) + (40x + 10x^2 - 8 - 2x)$ → Les parenthèses ( ) ne sont pas utiles, mais elles permettent de séparer clairement les deux développements.
$= 35x - 21x^2 - 20 + 12x + 40x + 10x^2 - 8 - 2x$ → On peut donc passer directement à cette ligne.
$= -11x^2 + 85x - 28$ → Je réduis en ajoutant $\begin{cases} \text{le } -21x^2 \text{ et le } +10x^2 \text{ de même nature} \\ \text{le } 35x \text{, le } +12x \text{, le } +40x \text{ et le } -2x \text{ de même nature} \\ \text{le } -20 \text{ et le } -8 \text{ de même nature.} \end{cases}$

$B = 3x(9 - 6x) + x(4x - 5)$
$= 27x - 18x^2 + 4x^2 - 5x$
$= -14x^2 + 22x$

$C = (8a - 5)(b - 3) - (1 - 3b)(4 + a)$
$= (8ab - 24a - 5b + 15) - (4 + a - 12b - 3ab)$

Les premières parenthèses ( ) ne sont pas utiles, les secondes ( ) sont indispensables !

$= 8ab - 24a - 5b + 15 - 4 - a + 12b + 3ab$ → Je supprime les secondes parenthèses en distribuant le $-$, ce qui change les signes.
$= 11ab - 25a + 7b + 11$ → Je réduis en ajoutant $\begin{cases} \text{le } 8ab \text{ et le } +3ab \text{ de même nature} \\ \text{le } -24a \text{ et le } -a \\ \text{le } -5b \text{ et le } +12b \\ \text{le } +15 \text{ et le } -4 \text{ de même nature.} \end{cases}$

$D = (5x - 2)^2 + 10x(4x - 5)$
$= ((5x)^2 - 2\times5x\times2 + 2^2) + 40x^2 - 50x$ → Les parenthèses ( ) ne sont pas utiles.
$= 25x^2 - 20x + 4 + 40x^2 - 50x$
$= 65x^2 - 70x + 4$

$E = -3x(x - 3) - (1 - 3x)^2$
$= -3x^2 + 9x - (1^2 - 2\times1\times3x + (3x)^2)$ → Attention...
$= -3x^2 + 9x - (1 - 6x + 9x^2)$
$= -3x^2 + 9x - 1 + 6x - 9x^2$
$= -12x^2 + 15x - 1$

$F = (6y - 1)^2 - (2y + 9)^2$
$= (6y)^2 - 2\times6y\times1 + 1^2 - ((2y)^2 + 2\times2y\times9 + 9^2)$
$= 36y^2 - 12y + 1 - (4y^2 + 36y + 81)$
$= 36y^2 - 12y + 1 - 4y^2 - 36y - 81$
$= 32y^2 - 48y - 80$

$G = (5x - 4)(2x + 3) - (1 - x)^2 - (2x - 5)(5 - x)$
$= 10x^2 + 15x - 8x - 12 - (1^2 - 2\times1\times x + x^2) - (10x - 2x^2 - 25 + 5x)$
$= 10x^2 + 15x - 8x - 12 - 1 + 2x - x^2 - 10x + 2x^2 + 25 - 5x$
$= 12x^2 - 6x + 24$

$H = -2m(-1 + 2n) + (2m + 1)(2m - 1)$
$= 2m - 4mn + (2m)^2 - 1^2$
$= 2m - 4mn + 4m^2 - 1$

$I = (x - 8)^2 - 5x(6x - 10)$
$= x^2 - 2\times x\times8 + 8^2 - 30x^2 + 50x$ → On n'est pas obligé de protéger avec des parenthèses car on distribue directement $-5x$ sur $6x$ et sur -10 .
$= x^2 - 16x + 64 - 30x^2 + 50x$
$= -29x^2 + 34x + 64$

$J = -(9x + 2)^2 - (9 + 2x)(9 - 2x) + (2x - 9)^2$
$= -((9x)^2 + 2\times9x\times2 + 2^2) - (9^2 - (2x)^2) + (2x)^2 - 2\times2x\times9 + 9^2$ → Attention au $-$ devant le premier développement ! On l'oublie facilement...
$= -(81x^2 + 36x + 4) - (81 - 4x^2) + 4x^2 - 36x + 81$
$= -81x^2 - 36x - 4 - 81 + 4x^2 + 4x^2 - 36x + 81$
$= -73x^2 - 72x - 4$

④ $A = (-7x-2)^2$

1ère méthode : je vois $(a-b)^2$ avec $a=-7x$ et $b=2$

$= (-7x)^2 - 2\times(-7x)\times 2 + 2^2$ → Attention à ne pas confondre le $-$ de $7x$ et celui de 2 !

$= 49x^2 + 28x + 4$

2ème méthode : je me débarrasse des deux $-$ d'un coup...

$= (-(7x+2))^2$ → Une fois que vous aurez compris cette astuce, vous pourrez passer directement à la ligne suivante.

$= (7x+2)^2$ → Avec la formule $(a\times b)^2 = a^2\times b^2$, je distribue le carré aux deux facteurs, ça donne $(-1)^2\times(7x+2)^2$.

$= (7x)^2 + 2\times 7x\times 2 + 2^2$

$= 49x^2 + 28x + 4$

$B = (3x-1)(2-5x)(x+7)$

$= (6x - 15x^2 - 2 + 5x)(x+7)$ → Je développe les deux premiers facteurs sans toucher au troisième (j'aurais pu commencer par les deux derniers).

$= (-15x^2 + 11x - 2)(x+7)$ → Ne pas oublier les parenthèses ( ) qui protège votre développement du produit par $(x+7)$.

$= -15x^3 - 105x^2 + 11x^2 + 77x - 2x - 14$ → Gros développement à 6 flèches.

$= -15x^3 - 94x^2 + 75x - 14$

$C = -2x(4-3x)^2$

$= -2x(4^2 - 2\times 4\times 3x + (3x)^2)$ → Le deuxième facteur est une identité remarquable.

$= -2x(16 - 24x + 9x^2)$

$= -32x + 48x^2 - 18x^3$

$D = [-2x(4-3x)]^2$

$= (-2x)^2(4-3x)^2$ → Avec la formule $(a\times b)^2 = a^2\times b^2$, je distribue le carré aux deux facteurs.

$= 4x^2(4^2 - 2\times 4\times 3x + (3x)^2)$

$= 4x^2(16 - 24x + 9x^2)$

$= 64x^2 - 96x^3 + 36x^4$

$E = (1 - 2x\times 10^5)^2$

$= 1^2 - 2\times 1\times 2x\times 10^5 + (2x\times 10^5)^2$ → C'est $a^2 - 2ab + b^2$ avec $a=1$ et $b = 2x\times 10^5$... Pas très sympa...

$= 1 - 4x\times 10^5 + (2x)^2\times(10^5)^2$

$= 1 - 4x\times 10^5 + 4x^2\times 10^{10}$

$F = (3y-2)^2(2x+3)^2$

$= ((3y)^2 - 2\times 3y\times 2 + 2^2)((2x)^2 + 2\times 2x\times 3 + 3^2)$

$= (9y^2 - 12y + 4)(4x^2 + 12x + 9)$

$= 36y^2x^2 + 108y^2x + 81y^2 - 48yx^2 - 144yx - 108y + 16x^2 + 48x + 36$ → Regardez bien, il n'y a rien à réduire !

$G = (n+1)(n-2)(n+3)(n-4)(n+5)$

$= (n^2 - 2n + n - 2)(n^2 - 4n + 3n - 12)(n+5)$

$= (n^2 - n - 2)(n^2 - n - 12)(n+5)$

$= (n^4 - n^3 - 12n^2 - n^3 + n^2 + 12n - 2n^2 + 2n + 24)(n+5)$

$= (n^4 - 2n^3 - 13n^2 + 14n + 24)(n+5)$

$= n^5 + 5n^4 - 2n^4 - 10n^3 - 13n^3 - 65n^2 + 14n^2 + 70n + 24n + 120$

$= n^5 + 3n^4 - 23n^3 - 51n^2 + 94n + 120$

$H = (1-2x)^3$

$= (1-2x)^2(1-2x)$

$= (1^2 - 2\times 1\times 2x + (2x)^2)(1-2x)$

$= (1 - 4x + 4x^2)(1-2x)$

$= 1 - 2x - 4x + 8x^2 + 4x^2 - 8x^3$

$= 1 - 6x + 12x^2 - 8x^3$

$I = (\frac{x}{3} - \frac{2}{7})^2 - \frac{5x}{3}(\frac{x}{7} - 1)$