Correction de 2^{de} - STATISTIQUES - Fiche 2

①

1. On me donne n_1 et $e\%$, on me demande n_2.

Le prix après augmentation est :

$1\,520\ € \times (1 + 7{,}5\%) = 1\,520\ € \times 1{,}075 = 1\,634\ €$ → On reconnait le coefficient multiplicateur $CM = 1 + 7{,}5\ \% = 1{,}075$.

---

2. On me donne n_1 et n_2, on me demande $e\%$.

$\dfrac{58{,}80\ €}{52{,}50\ €} - 1 = 1{,}12 - 1 = 0{,}12 = 12\%$

On propose ici un quotient avec unités dont la valeur est sans unité.
On pourra s'en dispenser mais en prenant garde à ce que les valeurs soient bien dans la même unité.

Donc, le prix a augmenté de 12%.

---

3. On me donne n_1 et $e\%$, on me demande n_2.

Le volume d'eau après diminution est :

$2{,}5\ L \times (1 - 80\%) = 2{,}5\ L \times (1 - 0{,}80) = 2{,}5\ L \times 0{,}2 = 0{,}5\ L$ → On reconnait le coefficient multiplicateur $CM = 1 - 80\ \% = 0{,}2$.

---

4. On me donne n_1 et $e\%$, on me demande n_2.

Le poids moyen d'un adulte est :

$32\ kg \times (1 + 150\%) = 32\ kg \times (1 + 1{,}50) = 32\ kg \times 2{,}5 = 80\ kg$ → On reconnait le coefficient multiplicateur $CM = 1 + 150\ \% = 2{,}5$.

---

5. On me donne n_1 et n_2, on me demande $e\%$.

$\dfrac{3\,400\,000}{4\,100\,000} - 1 \approx 0{,}829 - 1 = -0{,}171 = -17{,}1\%$

↳ J'arrondis au millième pour avoir un pourcentage au dixième.

Donc, la forêt a diminué de 17,1%.

Attention à ne pas répondre que la forêt a diminué de –17,1%. Le signe – est contenu dans le mot diminué.
Éventuellement, on pourrait répondre : Donc, la forêt a varié de –17,1%. mais c'est moins naturel.

---

6. Attention, on me donne n_2, le prix après la hausse, et $e\%$, on me demande n_1, le prix avant la hausse.

Le prix sans l'option est :

$\dfrac{32\,709{,}60\ €}{1 + 0{,}8\%} = \dfrac{32\,709{,}60\ €}{1 + 0{,}008} = \dfrac{32\,709{,}60\ €}{1{,}008} = 32\,450\ €$ → On reconnait le coefficient multiplicateur $CM = 1 + 0{,}8\ \% = 1{,}008$ utilisé comme diviseur.

---

7. On me donne n_1 et n_2, on me demande $e\%$.

$\dfrac{30\ cL}{1{,}5\ L} - 1 = \dfrac{30\ cL}{150\ cL} - 1 = 0{,}2 - 1 = -0{,}8 = -80\%$ → La présence des unités montre bien qu'il faut convertir...

Donc, le contenu de la bouteille a diminué de 80%.

---

8. On me donne n_2, la distance après les travaux, et $e\%$, on me demande n_1, la distance avant les travaux.

La distance avant les travaux était :

$\dfrac{14{,}5\ km}{1 - 6\%} = \dfrac{14{,}5\ km}{1 - 0{,}06} = \dfrac{14{,}5\ km}{0{,}94} \approx 15{,}4\ km$ → On reconnait le coefficient multiplicateur $CM = 1 - 6\ \% = 0{,}94$ utilisé comme diviseur.

---

9. On me donne n_2, le nombre d'habitants après augmentation, et $e\%$, on me demande n_1, le nombre d'habitants avant augmentation.

Le nombre d'habitants en 1950 était :

$\dfrac{75\,240}{1 + 260\%} = \dfrac{75\,240}{1 + 2{,}60} = \dfrac{75\,240}{3{,}6} = 20\,900$

---

10. Nigéria : $\dfrac{213\,400\,000}{208\,330\,000} - 1 \approx 0{,}024\,3 = 2{,}43\%$

↳ J'arrondis à 4 décimales pour avoir un pourcentage à 2 décimales.

Remarquons qu'on obtient le même résultat avec $\dfrac{213{,}40}{208{,}33}$. Il est donc plus rapide de parler en millions.

France : $\dfrac{67{,}75}{67{,}57} - 1 \approx 0{,}002\,7 = 0{,}27\%$

Japon : $\dfrac{125{,}68}{126{,}26} - 1 \approx -0{,}004\,6 = -0{,}46\%$

② **1.** $e_g\,\% = CM_g - 1$ → J'applique la formule $e\,\% = CM - 1$.
$= CM_1 \times CM_2 - 1$ → J'applique la formule $CM_g = CM_1 \times CM_2$.
$= (1 + 25\,\%) \times (1 + 35\,\%) - 1$ → J'applique la formule $CM = 1 + e\,\%$.
$= 1{,}25 \times 1{,}35 - 1$ → Je transforme les pourcentages en décimaux.
$= 0{,}687\,5$
$= 68{,}75\,\%$ → Je transforme le décimal en pourcentage.

Donc le taux d'augmentation global est de 68,75 %.

---

2. $e_g\,\% = CM_g - 1$
$= CM_1 \times CM_2 - 1$
$= (1 - 2{,}5\,\%) \times (1 - 0{,}8\,\%) - 1$
$= 0{,}975 \times 0{,}992 - 1$
$= -0{,}032\,8$
$= -3{,}28\,\%$

Donc le pourcentage de diminution global est de 3,28 %. → On n'écrit pas le signe $-$ car on a déjà précisé que c'est une diminution.

---

3. $e_g\,\% = CM_g - 1$
$= CM_1 \times CM_2 - 1$
$= (1 + 12\,\%) \times (1 - 15\,\%) - 1$
$= 1{,}12 \times 0{,}85 - 1$
$= -0{,}048$
$= -4{,}8\,\%$

Donc le pourcentage de variation global est de –4,8 %. → On écrit le signe $-$ car on n'a pas précisé que c'est une diminution.

---

4. $e_g\,\% = CM_g - 1$
$= CM_1 \times CM_2 - 1$
$= (1 + 15\,\%) \times (1 - 12\,\%) - 1$
$= 1{,}15 \times 0{,}88 - 1$
$= 0{,}012$
$= 1{,}2\,\%$

Donc le taux d'évolution global est de 1,2 %. → On pouvait répondre avec le décimal 0,012 mais il est plus naturel de donner le pourcentage.

---

5. $e_g\,\% = CM_g - 1$
$= CM_1 \times CM_2 - 1$
$= (1 - 90\,\%) \times (1 + 120\,\%) - 1$
$= 0{,}1 \times 2{,}2 - 1$
$= -0{,}78$
$= -78\,\%$

Donc le pourcentage de variation global est de –78 %.

---

6. $e_g\,\% = CM_g - 1$
$= CM_1 \times CM_2 - 1$
$= (1 + 100\,\%) \times (1 - 50\,\%) - 1$
$= 2 \times 0{,}5 - 1$
$= 0$
$= 0\,\%$

Donc le pourcentage de variation global est de 0 %.

Augmenter de 100 % revient à doubler la grandeur, puis la diminuer de 50 % revient à la diviser par 2 : il n'y a donc aucune variation globale !

---

7. $e_g\,\% = CM_g - 1$
$= CM_1 \times CM_2 - 1$ → CM_1 et CM_2 valent tous les deux $1 + 15\,\%$ ...
$= (1 + 15\,\%)^2 - 1$ → ... ce qui permet l'écriture en puissance de $(1 + 15\,\%) \times (1 + 15\,\%) - 1$.
$= 1{,}15^2 - 1$
$= 0{,}322\,5$
$= 32{,}25\,\%$

Donc le pourcentage de hausse global est de 32,25 %.

---

8. $e_g\,\% = CM_g - 1$
$= CM^3 - 1$ → Trois fois le même coefficient multiplicateur...
$= (1 - 1{,}5\,\%)^3 - 1$ → ... ce qui permet l'écriture en puissance de $(1 - 1{,}5\,\%) \times (1 - 1{,}5\,\%) \times (1 - 1{,}5\,\%) - 1$.
$= 0{,}985^3 - 1$
$= -0{,}044\,328\,375$ → On peut montrer la valeur exacte...
$\approx 0{,}046$ → ... ou passer directement à l'arrondi.
$= 4{,}6\,\%$

Donc le taux de baisse global est d'environ 4,6 %, arrondi à 0,1 %.

---

9. $e_g\,\% = CM_g - 1$
$= CM^5 - 1$ → Cinq fois le même coefficient multiplicateur.
$= (1 - 10\,\%)^5 - 1$
$= 0{,}9^5 - 1$
$= -0{,}409\,51$
$\approx -0{,}410$
$= -41{,}0\,\%$

Donc le pourcentage de baisse global est d'environ 4,6 %, arrondi à 0,1 %.

---

10. Posons $e\,\%$ l'augmentation cherchée.

$e_g\,\% = CM_g - 1$
$= CM^2 - 1$
$= (1 + e\%)^2 - 1$

Comme $e_g\,\% = 96\,\% = 0{,}96$, on en déduit :

$0{,}96 = (1 + e\%)^2 - 1$ → Ce qui constitue une équation d'inconnue $e\%$.
$\Leftrightarrow 0{,}96 + 1 = (1 + e\%)^2$
$\Leftrightarrow (1 + e\%)^2 = 1{,}96$
$\Leftrightarrow 1 + e\% = \sqrt{1{,}96}$ → Seule la valeur positive est possible, on n'écrit pas « ou $1 + e\% = -\sqrt{1{,}96}$ » .
$\Leftrightarrow e\% = \sqrt{1{,}96} - 1$
$\Leftrightarrow e\% = 0{,}4$
$\Leftrightarrow e\% = 40\,\%$

Donc on a appliqué deux fois le taux d'augmentation de 40 %.

---

11. $e_r\,\% = CM_r - 1$
$= \dfrac{1}{CM} - 1$ → J'applique la formule $CM_r = \dfrac{1}{CM}$.
$= \dfrac{1}{1 + 28\,\%} - 1$
$= \dfrac{1}{1{,}28} - 1$
$= -0{,}218\,75$
$= -21{,}875\,\%$

Pour retrouver la valeur initiale de la grandeur, il faut appliquer une diminution de 21,875 %.

---

12. $e_r\,\% = CM_r - 1$
$= \dfrac{1}{CM} - 1$ → J'applique la formule $CM_r = \dfrac{1}{CM}$.
$= \dfrac{1}{1 - 40\,\%} - 1$
$= \dfrac{1}{0{,}6} - 1$
$\approx 0{,}667$
$= 66{,}7\,\%$

Pour retrouver la valeur initiale de la grandeur, il faut appliquer une augmentation d'environ 66,7 %, arrondi à 0,1 %.

---

③ **1.** **a.** Je calcule le coefficient global :

$(1 + 15\,\%) \times (1 + 20\,\%) = 1{,}15 \times 1{,}20 = 1{,}38$

J'en déduis le taux global :

$1{,}38 - 1 = 0{,}38 = 38\,\%$

Donc, le taux de variations global est 38 %.

b. $150\text{ €} \times (1 + 38\,\%) = 150\text{ €} \times 1{,}38 = 207\text{ €}$

Donc, le prix après les deux variations était 207 €.

2. **a.** Je calcule le coefficient global :

$(1 - 5{,}5\,\%) \times (1 + 4\,\%) = 0{,}945 \times 1{,}04 = 0{,}9828$

J'en déduis le taux global :

$0{,}9828 - 1 = -0{,}0172 = -1{,}72\,\%$

Donc, le taux d'évolution global est –1,72 %.

La population a donc baissé de 1,72 %. → Remarquez bien que j'ai enlevé le – car il est compris dans le mot « baissé ».

b. $\dfrac{254\,800 \text{ habitants}}{1 - 1{,}72\,\%} = \dfrac{254\,800 \text{ habitants}}{0{,}9828} = 259\,259{,}2\ldots \text{ habitants} \approx 259\,260 \text{ habitants}$ → Ne pas oublier d'arrondir.

L'énoncé ne précise pas à combien il faut arrondir.

Il faut faire preuve de bons sens en n'arrondissant pas à 1 habitant près car le nombre fourni 254 800 est vraisemblablement déjà arrondi à la centaine. On aurait même pu arrondir à 259 300.

Donc, il y avait environ 259 260 habitants avant les deux évolutions.

---

3. **a.** Je calcule le 1er coefficient :

$\dfrac{175 \text{ L}}{140 \text{ L}} = 1{,}25$

J'en déduis le coefficient global :

$1{,}25 \times (1 + 3\,\%) = 1{,}25 \times 1{,}03 = 1{,}2875$

J'en déduis le taux global :

$1{,}2875 - 1 = 0{,}2875 = 28{,}75\,\%$

Donc, le taux de variations global est 28,75 %.

b. $140 \text{ L} \times (1 + 28{,}75\,\%) = 140 \text{ L} \times 1{,}2875 = 180{,}25 \text{ L}$ → On peut ici donner la valeur exacte ou arrondir à 180 L.

Donc, le volume est de 180,25 L à la fin du mois de novembre.

---

4. **a.** Je calcule le coefficient global :

$(1 - 7\,\%) \times (1 - 3\,\%) \times (1 - 5\,\%) = 0{,}93 \times 0{,}97 \times 0{,}95 = 0{,}856\,995$

J'en déduis le taux global :

$0{,}856\,995 - 1 = -0{,}143005 \approx -14{,}3\,\%$

Donc, le taux de variations global est –14,3 %.

b. $\dfrac{23 \text{ kg}}{1 - 14{,}3\,\%} = \dfrac{23 \text{ kg}}{0{,}857} \approx 26{,}8 \text{ kg}$ → Ne pas oublier d'arrondir.

Donc, il y avait environ 26,8 kg de farine avant les deux prélèvements.

---

5. Un petit schéma peut éclairer les choses :

$$\begin{tikzcd}
\text{Prix 2015} \arrow[r, bend left, "\times(1+5\,\%)"] \arrow[rrr, bend right, "\times(1+15\,\%)"'] & \text{Prix 2016} \arrow[r, bend left, "\times(1+3\,\%)"] & \text{Prix 2017} \arrow[r, bend left, "\times CM_3"] & \text{Prix 2018}
\end{tikzcd}$$

Je pose CM_3 le coefficient multiplicateur de 2017 à 2018.
On a alors :

$(1 + 5\,\%) \times (1 + 3\,\%) \times CM_3 = 1 + 15\,\%$ → Équation d'inconnue CM.

$\Leftrightarrow\ 1{,}05 \times 1{,}03 \times CM_3 = 1{,}15$

$\Leftrightarrow\ CM_3 = \dfrac{1{,}15}{1{,}05 \times 1{,}03}$

$\Leftrightarrow\ CM_3 = 1{,}0815$

J'en déduis le taux :

$1{,}0815 - 1 = 0{,}0815 = 8{,}15\,\%$

Donc, le taux d'augmentation de 2017 à 2018 est 8,15 %.

---

④ **1.** **a.** Je calcule le <u>coefficient réciproque</u> :

$\dfrac{1}{1 + 16\,\%} = \dfrac{1}{1{,}16} = 0{,}86206\ldots \approx 0{,}8621$ → J'arrondis à 4 chiffres après la virgule en prévision du 0,01 %.

2 chiffres + 2 chiffres

J'en déduis le <u>taux réciproque</u> :

$0{,}8621 - 1 = -0{,}1379 = -13{,}79\,\%$

Donc, il faut baisser le prix d'environ 13,79 % pour revenir à sa valeur initiale.

b. $100\,€ \times (1 + 16\,\%) = 116\,€$

$116\,€ \times (1 - 13{,}79\,\%) = 100{,}0036\,€ \approx 100{,}00\,€$ → Un prix s'arrondit à 2 chiffres après la virgule.

2. Je calcule le coefficient réciproque :

$\dfrac{1}{1-3{,}25\%} = \dfrac{1}{0{,}9675} = 1{,}03359... \approx 1{,}0336$ → J'arrondis à 4 chiffres après la virgule en prévision du 0,01 %.

J'en déduis le taux réciproque :

$1{,}0336 - 1 = 0{,}0336 = 3{,}36\ \%$

Donc, il faut augmenter la masse de sel de 3,36 % pour revenir à la masse avant diminution.

---

3. Je calcule le coefficient global :

$(1 + 1\%) \times (1 + 5\%) = 1{,}01 \times 1{,}05 = 1{,}0605$

J'en déduis le coefficient réciproque :

$\dfrac{1}{1{,}0605} = 0{,}9429... \approx 0{,}943$ → J'arrondis à 3 chiffres après la virgule en prévision du 0,1 %.

J'en déduis le taux réciproque :

$0{,}943 - 1 = -0{,}057 = -5{,}7\ \%$

Donc, il faut diminuer sa vitesse de 5,7 % pour revenir à la vitesse initiale avant les deux accélérations.

---

⑤ **1.** Je calcule le coefficient global :

$(1 + 2\ \%) \times (1 + 2\ \%) \times (1 + 2\ \%) \times (1 + 2\ \%) \times (1 + 2\ \%)$

On remarque tout de suite une écriture plus courte de ces $(1 + 2\ \%)$ qui se multiplient par eux-mêmes plusieurs fois !

$(1 + 2\ \%)^5 = 1{,}02^5 = 1{,}1040... \approx 1{,}104$

J'en déduis le taux global :

$1{,}104 - 1 = 0{,}104 = 10{,}4\ \%$

Donc, le taux d'augmentation global sur 5 ans est 10,4 %.

On fait de même avec l'exposant 10 :

$(1 + 2\ \%)^{10} = 1{,}02^{10} = 1{,}2189... \approx 1{,}219$

$1{,}219 - 1 = 0{,}219 = 21{,}9\ \%$

Donc, le taux d'augmentation global sur 10 ans est 21,9 %.

---

2. Je calcule le coefficient global :

$(1 - 0{,}5\ \%)^{100} = 0{,}995^{100} = 0{,}605... \approx 0{,}61$

Remarquons qu'on ne demande pas le taux global.

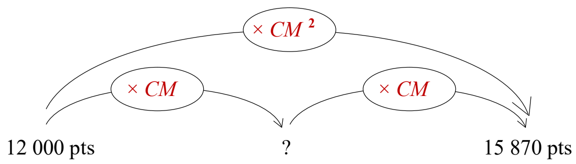
On en déduit directement la masse :

$0{,}61 \times 200\text{ g} = 122\text{ g}$

Donc, après une centaine de lavages, le savon pèse 122 g.

---

3. Un petit schéma peut éclairer les choses :



Je pose CM le coefficient multiplicateur pour un bonus.

Je calcule le coefficient global :

$\dfrac{15\,870}{12\,000} = 1{,}3225$

J'en déduis CM :

donc $CM^2 = 1{,}3225$

donc $CM = \sqrt{1{,}3225}$ car CM positif

donc $CM = 1{,}15$

J'en déduis le taux de variation :

$1{,}15 - 1 = 0{,}15 = 15\ \%$

Donc, ce bonus augmente mes points de 15 %.