

Correction de 2^{de} - DROITES - Fiche 3

Navigation vers les corrections : ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧

① a. $\begin{cases} 2x + y - 13 = 0 \\ 3x + y - 18 = 0 \end{cases}$ \leftarrow Je repère un y facile à isoler dans la 1^e équation...
 \leftarrow ... et un y facile à isoler dans la 2^e équation.

J'envisage donc la méthode par **identification**.

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 13 \\ y = -3x + 18 \end{cases}$ \leftarrow J'isole les deux y qui s'expriment alors comme deux expressions.

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 13 \\ -2x + 13 = -3x + 18 \end{cases}$ \leftarrow Je garde au frais la 1^e équation (j'aurais aussi bien pu garder la 2^e).
 \leftarrow J'écris l'égalité des deux expressions (**j'identifie**) et je n'ai plus que des x .

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 13 \\ -2x + 3x = 18 - 13 \end{cases}$ \leftarrow Je transforme la 2^e équation pour trouver la valeur de x .

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 13 \\ x = 5 \end{cases}$ \leftarrow Ça y est !

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \times 5 + 13 = 3 \\ x = 5 \end{cases}$ \leftarrow Je remplace x par 5 dans la 1^e équation et je trouve la valeur de y .

Donc $\mathcal{S} = \{ (5 ; 3) \}$. \leftarrow Réponse purement algébrique.

b. $\begin{cases} x + 5y = 132 \\ 7x - 3y = 50 \end{cases}$ \leftarrow Je repère un x facile à isoler dans la 1^e équation...
 \leftarrow ... et c'est tout.

J'envisage donc la méthode par **substitution**.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5y + 132 \\ 7x - 3y = 50 \end{cases}$ \leftarrow J'isole le x qui s'exprime alors comme une expression.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5y + 132 \\ 7(-5y + 132) - 3y = 50 \end{cases}$ \leftarrow Je remplace x par l'expression (je **substitue**) et je n'ai plus que des y .

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5y + 132 \\ -35y + 924 - 3y = 50 \end{cases}$ \leftarrow Je transforme la 2^e équation pour trouver la valeur de y (je commence par développer).

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5y + 132 \\ -38y = 50 - 924 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5y + 132 \\ y = \frac{-874}{-38} = 23 \end{cases}$ \leftarrow Ça y est !

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \times 23 + 132 = 17 \\ y = 23 \end{cases}$ \leftarrow Je remplace y par 23 dans la 1^e équation et je trouve la valeur de x .

Donc $\mathcal{S} = \{ (17 ; 23) \}$.

c. $\begin{cases} 11x - 9y + 55 = 0 \\ -15x + 3y + 27 = 0 \end{cases}$ \leftarrow Je ne repère ni x ni y facile à isoler dans la 1^e équation...
 \leftarrow ... et pareil dans la 2^e.

J'envisage donc la méthode par **soustraction**.

Je choisis d'avoir autant de x dans les deux équations :

$\Leftrightarrow \begin{cases} -15(11x - 9y + 55) = -15 \times 0 \\ 11(-15x + 3y + 27) = 11 \times 0 \end{cases}$ \leftarrow J'ai 11x dans la 1^e équation donc je multiplie la 2^e équation par 11.
 \leftarrow J'ai -15x dans la 2^e équation donc je multiplie la 1^e équation par -15.

$\Leftrightarrow \begin{cases} -165x + 135y - 825 = 0 \\ -165x + 33y + 297 = 0 \end{cases}$ \leftarrow Et j'ai alors autant de x dans les deux équations.

$\Leftrightarrow \begin{cases} -165x + 135y - 825 = 0 \\ (-165x + 33y + 297) - (-165x + 135y - 825) = 0 - 0 \end{cases}$ \leftarrow Je garde au frais la 1^e équation (j'aurais aussi bien pu garder la 2^e).
 \leftarrow Je soustrais les deux équations.

$\Leftrightarrow \begin{cases} -165x + 135y - 825 = 0 \\ -102y + 1122 = 0 \end{cases}$ \leftarrow Je n'ai plus que des y .

$\Leftrightarrow \begin{cases} -165x + 135y - 825 = 0 \\ y = \frac{-1122}{-102} = 11 \end{cases}$ \leftarrow Pas très utile ce $0 - 0$,
mais il montre qu'on a soustrait les deux équations
à gauche mais aussi à droite.

$\Leftrightarrow \begin{cases} -165x + 135 \times 11 - 825 = 0 \\ y = 11 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -165x + 660 = 0 \\ y = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-660}{-165} = 4 \\ y = 11 \end{cases}$$

Donc $\mathcal{P} = \{ (4; 11) \}$.

Remarquons que, une fois fois qu'on a autant de x dans les deux équations, on peut aussi adapter la **méthode par substitution** :

$$\begin{aligned} \dots &\Leftrightarrow \begin{cases} -165x + 135y - 825 = 0 \\ -165x + 33y + 297 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -165x + 135y - 825 = 0 \\ -165x = -33y - 297 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -33y - 297 + 135y - 825 = 0 \\ -165x = -33y - 297 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 102y = 1122 \\ -165x = -33y - 297 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1122}{102} = 11 \\ -165x = -33 \times 11 - 297 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 11 \\ x = \frac{-660}{-165} = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Avec donc la même conclusion.

Et remarquons qu'on peut également adapter la **méthode par identification** :

$$\begin{aligned} \dots &\Leftrightarrow \begin{cases} -165x + 135y - 825 = 0 \\ -165x + 33y + 297 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -165x = -135y + 825 \\ -165x = -33y - 297 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -165x = -135y + 825 \\ -135y + 825 = -33y - 297 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -165x = -135y + 825 \\ -135y + 33y = -297 - 825 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -165x = -135y + 825 \\ y = \frac{-1122}{-102} = 11 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -165x = -135 \times 11 + 825 \\ y = 11 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-660}{-165} = 4 \\ y = 11 \end{cases} \end{aligned}$$

Et toujours la même conclusion.

Enfin, on peut utiliser la même méthode mais en choisissant d'avoir autant de y dans les deux équations.

Et ce sera plus simple avec les $-9y$ et les $3y$!

$$\begin{aligned} \dots &\Leftrightarrow \begin{cases} 11x - 9y + 55 = 0 \\ 3(-15x + 3y + 27) = 3 \times 0 \end{cases} \quad \leftarrow \text{Il suffit en effet de ne multiplier que la 2^e équation pour avoir } 9y \text{ dans les deux équations.} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 11x - 9y + 55 = 0 \\ -45x + 9y + 81 = 0 \end{cases} \quad \leftarrow \text{Je vois que les deux } 9y \text{ sont de signes différents. Au lieu de soustraire, on va ADDITIONNER.} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 11x - 9y + 55 = 0 \\ (11x - 9y + 55) + (-45x + 9y + 81) = 0 + 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 11x - 9y + 55 = 0 \\ -34x + 136 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 11x - 9y + 55 = 0 \\ x = \frac{-136}{-34} = 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 11 \times 4 - 9y + 55 = 0 \\ x = 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 99 - 9y = 0 \\ x = 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-99}{-9} = 11 \\ x = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Avec de nouveau la même conclusion.

d. $\begin{cases} 5x + 2y + 21 = 0 \\ 11x - y + 30 = 0 \end{cases}$

Méthode par **substitution**.

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2y + 21 = 0 \\ y = 11x + 30 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 2(11x + 30) + 21 = 0 \\ y = 11x + 30 \end{cases} \quad \leftarrow \text{J'accélère en développant et réduisant en une étape.} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 27x + 81 = 0 \\ y = 11x + 30 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-81}{27} = -3 \\ y = 11 \times (-3) + 30 = -3 \end{cases} \quad \leftarrow \text{J'accélère en utilisant la valeur de } x \text{ directement dans le même système.} \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{P} = \{ (-3; -3) \}$.

e.
$$\begin{cases} 1,2x + 3,6y = 17,4 \\ 0,7x + 2,2y = 9,6 \end{cases}$$

Méthode par **soustraction**.

Ne pas oublier de multiplier à droite aussi !

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} 0,7 (1,2x + 3,6y) = 0,7 \times 17,4 \\ 1,2 (0,7x + 2,2y) = 1,2 \times 9,6 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0,84x + 2,52y = 12,18 \\ 0,84x + 2,64y = 11,52 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0,84x + 2,52y = 12,18 \\ (0,84x + 2,64y) - (0,84x + 2,52y) = 11,52 - 12,18 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0,84x + 2,52y = 12,18 \\ 0,12y = -0,66 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0,84x + 2,52y = 12,18 \\ y = \frac{-0,66}{0,12} = -5,5 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0,84x + 2,52 \times (-5,5) = 12,18 \\ y = -5,5 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0,84x = 26,04 \\ y = -5,5 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{26,04}{0,84} = 31 \\ y = -5,5 \end{cases} \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S} = \{ (31 ; -5,5) \}$.

f.
$$\begin{cases} 81x - 189y = 276 \\ -93x + 217y = -279 \end{cases}$$

Méthode par **addition**.

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} 93 (81x - 189y) = 93 \times 276 \\ 81 (-93x + 217y) = 81 \times (-279) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 7\,533x - 17\,577y = 25\,668 \\ -7\,533x + 17\,577y = -22\,599 \end{cases} \quad \leftarrow \text{Et là, surprise ! J'ai comme prévu autant de } x \text{ dans les deux équations mais aussi autant de } y. \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 7\,533x - 17\,577y = 25\,668 \\ (7\,533x - 17\,577y) + (-7\,533x + 17\,577y) = 25\,668 - 22\,599 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 7\,533x - 17\,577y = 25\,668 \\ 0 = 3\,069 : \text{impossible} \end{cases} \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S} = \emptyset$.

② L'appartenance à l'intersection est équivalente au système formé des deux équations cartésiennes.

$$A(x; y) \in (d_1) \cap (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 5y + 58 = 0 \\ x + 8y = 61 \end{cases}$$

Je repère un x presque tout seul dans la 2^e équation, je vais utiliser la **méthode par substitution** :

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 5y + 58 = 0 \\ x = 61 - 8y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 6(61 - 8y) - 5y + 58 = 0 \\ x = 61 - 8y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 366 - 48y - 5y + 58 = 0 \\ x = 61 - 8y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -53y = -424 \\ x = 61 - 8y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-424}{-53} = 8 \\ x = 61 - 8 \times 8 = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Donc, $A(-3 ; 8)$.

← Attention à ne pas inverser les deux coordonnées.

- ③ a. D'après son équation cartésienne réduite, (Δ) a pour coefficient directeur 2 .
D'après son équation cartésienne réduite, (d) a pour coefficient directeur 3 .

On en déduit que (Δ) et (d) n'ont pas le même coefficient directeur,
donc (Δ) et (d) sont sécantes.

b. $S(x; y) \in (\Delta) \cap (d) \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 3x + 11 \end{cases}$

Les deux équations cartésiennes sont données réduites donc les deux y sont déjà isolés. J'utilise donc la méthode par identification.

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 5 \\ 2x - 5 = 3x + 11 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 5 \\ 2x - 3x = 11 + 5 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 5 \\ -x = 16 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \times (-16) - 5 = -37 \\ x = -16 \end{cases} \end{aligned}$$

Donc, $S(-16; -37)$.

- ④ a. Voir fiche DTE 01

- $x_E \neq x_F$ donc (EF) a une équation de la forme $y = ax + b$.

$$a = \frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{9 - (-9)}{9 - 3} = 3$$

$$F \in (EF) \text{ donc } 9 = 3 \times 9 + b \Leftrightarrow b = -18$$

$$\text{et donc } (EF) : y = 3x - 18.$$

- $x_G \neq x_H$ donc (GH) a une équation de la forme $y = ax + b$.

$$a = \frac{y_H - y_G}{x_H - x_G} = \frac{11 - (-5)}{-3 - (-1)} = -8$$

$$G \in (GH) \text{ donc } -5 = -8 \times (-1) + b \Leftrightarrow b = -13$$

$$\text{et donc } (GH) : y = -8x - 13.$$

- b. D'après leurs équations cartésiennes réduites, (EF) a pour coefficient directeur 3 et (GH) a pour coefficient directeur -8 .
On en déduit que (EF) et (GH) n'ont pas le même coefficient directeur,
donc (EF) et (GH) sont sécantes.

c. $M(x; y) \in (EF) \cap (GH) \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 18 \\ y = -8x - 13 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 18 \\ 3x - 18 = -8x - 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 18 \\ 3x + 8x = -13 + 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 18 \\ x = \frac{5}{11} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \times \frac{5}{11} - 18 = -\frac{183}{11} \\ x = \frac{5}{11} \end{cases}$$

← Des coordonnées fractionnaires, ça arrive...

Donc, le point d'intersection de (EF) et (GH) a pour coordonnées $(\frac{5}{11}; -\frac{183}{11})$.

- ⑤ a. $(d_1) : 2x - y - 12 = 0 \Leftrightarrow y = 2x - 12$
 $(d_1) : x + 3y - 27 = 0 \Leftrightarrow 3y = -x + 27 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}x + 9$

D'après leurs équations cartésiennes réduites, (d_1) a pour coefficient directeur 2 et (d_2) a pour coefficient directeur $-\frac{1}{3}$.

On en déduit que (d_1) et (d_2) n'ont pas le même coefficient directeur,
donc elles sont sécantes.

- b. Si vous avez remarqué qu'on vous donne les coordonnées de l'éventuel point d'intersection, vous aurez certainement l'idée de ne pas résoudre un système mais de simplement vérifier les deux équations cartésiennes avec les coordonnées données !

$$\begin{cases} 2 \times 9 - 6 - 12 = 18 - 18 = 0 \text{ donc } K \in (d_1) \\ 9 + 3 \times 6 - 27 = 18 - 18 = 0 \text{ donc } K \in (d_2) \end{cases}$$

donc K est bien le point d'intersection de ces deux droites.

⑥ *Correction non détaillée*

1. ♦ Posons M le point d'intersection de (d_1) et (d_2) .

$$M(x; y) \in (d_1) \cap (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + y + 19 = 0 \\ 2,5y + x = 7,5 \end{cases}$$

1^{re} méthode : par substitution en isolant le y de la 1^{re} équation $\begin{cases} y = 4x - 19 \\ 2,5(4x - 19) + x = 7,5 \end{cases}$

La 2^e équation donne $x = 5$ puis la 1^{re} équation donne $y = 1$.

2^e méthode : par substitution en isolant le x de la 2^e équation $\begin{cases} -4(-2,5y + 7,5) + y + 19 = 0 \\ x = -2,5y + 7,5 \end{cases}$

La 1^{re} équation donne $y = 1$ puis la 2^e équation donne $x = 5$.

Donc, le point d'intersection de (d_1) et (d_2) a pour coordonnées $(5; 1)$.

- ♦ Posons N le point d'intersection de (d_1) et (d_3) .

$$N(x; y) \in (d_1) \cap (d_3) \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + y + 19 = 0 \\ 2x + 5y = 59 \end{cases}$$

Par substitution en isolant le y de la 1^{re} équation $\begin{cases} y = 4x - 19 \\ 2x + 5(4x - 19) = 59 \end{cases}$

La 2^e équation donne $x = 7$ puis la 1^{re} équation donne $y = 9$.

Donc, le point d'intersection de (d_1) et (d_3) a pour coordonnées $(7; 9)$.

- ♦ Posons P le point d'intersection de (d_2) et (d_3) .

$$P(x; y) \in (d_2) \cap (d_3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2,5y + x = 7,5 \\ 2x + 5y = 59 \end{cases}$$

Par substitution en isolant le x de la 1^{re} équation $\begin{cases} x = -2,5y + 7,5 \\ 2(-2,5y + 7,5) + 5y = 59 \end{cases}$

La 2^e équation donne $15 = 59$ qui est impossible.

Donc, (d_2) et (d_3) n'ont pas de point d'intersection (car elles ne sont pas sécantes et donc parallèles).

2. ♦ Posons M le point d'intersection de (D) et (D') .

$$M(x; y) \in (D) \cap (D') \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 5y = -58 \\ 2x + 8y = 58 \end{cases}$$

Aucune lettre facile à isoler, je multiplie mes deux équations pour avoir autant de x ou de y .

En observant bien, on voit qu'il suffit de multiplier la 2^e équation par 3 pour avoir autant de x : $\begin{cases} 6x - 5y = -58 \\ 6x + 24y = 174 \end{cases}$

Je garde par exemple la 1^{re} équation et je soustrais les deux équations : $\begin{cases} 6x - 5y = -58 \\ (6x - 5y) - (6x + 24y) = -58 - 174 \end{cases}$

La 2^e équation donne $y = 8$ puis la 1^{re} équation donne $x = -3$.

Donc, le point d'intersection de (D) et (D') a pour coordonnées $(-3; 8)$.

- ♦ Posons N le point d'intersection de (D) et (D'') .

$$N(x; y) \in (D) \cap (D'') \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 5y + 58 = 0 \\ x - 10 = 0 \end{cases}$$

Le x de la 2^e équation est très facile à isoler et à remplacer : $\begin{cases} 6 \times 10 - 5y + 58 = 0 \\ x = 10 \end{cases}$

La 2^e équation donne directement $x = 10$ puis la 1^{re} équation donne $y = \frac{118}{5}$ ou 23,6.

Donc, le point d'intersection de (D) et (D'') a pour coordonnées $(10; 23,6)$.

- ♦ Posons P le point d'intersection de (D') et (D'') .

$$P(x; y) \in (D') \cap (D'') \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 8y = 58 \\ x - 10 = 0 \end{cases}$$

C'est aussi simple et rapide que pour N et on trouve $x = 10$ puis la 1^{re} équation donne $y = \frac{19}{4}$ ou 4,75.

⑦ Une situation sans aucun problème, à condition de connaître les équations cartésiennes des deux axes !

- ♦ L'axe des abscisses (OI) a pour équation $y = 0$.

$$M(x; y) \in (\Delta) \cap (OI) \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 7y + 42 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Le y de la 2^e équation est déjà isolé et est facile à remplacer : $\begin{cases} 8x - 7 \times 0 + 42 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

La 2^e équation donne directement $y = 0$ puis la 1^{re} équation donne $x = -\frac{21}{4}$ ou -5,25.

Donc, le point d'intersection de (Δ) avec l'axe des abscisses a pour coordonnées $(0; 6)$.

- L'axe des ordonnées (OJ) a pour équation $x = 0$.

$$N(x; y) \in (\Delta) \cap (OJ) \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 7y + 42 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

Cette fois, c'est le x de la 2^e équation qui est déjà isolé : $\begin{cases} 8 \times 0 - 7y + 42 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

La 2^e équation donne directement $y = 0$ puis la 1^e équation donne $x = 6$.

Donc, le point d'intersection de (Δ) avec l'axe des ordonnées a pour coordonnées $(0; 6)$.

- ⑧ a. La médiane de RST issue de R passe par R et par le milieu de $[ST]$ dont il faut calculer les coordonnées.

Le milieu K de $[ST]$ a pour coordonnées $(\frac{16+3}{2}; \frac{9+(-2)}{2})$ donc $(9,5; 3,5)$.

$x_R \neq x_K$ donc la médiane a une équation cartésienne de la forme $y = ax + b$.

$$a = \frac{y_K - y_R}{x_K - x_R} = \frac{3,5 - 5}{9,5 - 8} = -1.$$

R est sur la médiane donc $8 = -1 \times 5 + b \Leftrightarrow b = 13$.

Donc la médiane issue de R a pour équation cartésienne $y = -x + 13$.

- b. Même principe avec la médiane issue de S qui passe par S et par le milieu de $[RT]$.

Le milieu L de $[RT]$ a pour coordonnées $(\frac{5+3}{2}; \frac{8+(-2)}{2})$ donc $(4; 3)$.

$x_S \neq x_L$ donc la médiane a une équation cartésienne de la forme $y = ax + b$.

$$a = \frac{y_L - y_S}{x_L - x_S} = \frac{3 - 9}{4 - 16} = 0,5.$$

S est sur la médiane donc $9 = 0,5 \times 16 + b \Leftrightarrow b = 1$.

Donc la médiane issue de S a pour équation cartésienne $y = 0,5x + 1$.

- c. Correction non détaillée

$$G(x; y) \text{ est sur les deux médianes} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 13 \\ y = 0,5x + 1 \end{cases}$$

$$\text{Par identification avec les deux } y \text{ isolés : } \begin{cases} y = -x + 13 \\ -x + 13 = 0,5x + 1 \end{cases}$$

La 2^e équation donne $x = 8$ puis la 1^e équation donne $y = 5$.

Donc, $G(8; 5)$.

- d. Le milieu M de $[RS]$ a pour coordonnées $(\frac{5+16}{2}; \frac{8+9}{2})$ donc $(10,5; 8,5)$.

La méthode la plus rapide serait certainement de montrer que les vecteurs \overrightarrow{TM} et \overrightarrow{TG} sont colinéaires.

Mais comme nous sommes dans une fiche sur les équations cartésiennes, utilisons-les :

$x_T \neq x_M$ donc la médiane a une équation cartésienne de la forme $y = ax + b$.

$$a = \frac{y_M - y_T}{x_M - x_T} = \frac{8,5 - (-2)}{10,5 - 3} = 1,4.$$

T est sur la médiane donc $-2 = 1,4 \times 3 + b \Leftrightarrow b = -6,2$.

Donc la médiane issue de T a pour équation cartésienne $y = 1,4x - 6,2$.

Alors : $1,4 \times x_G - 6,2 = 1,4 \times 8 - 6,2 = 11,2 - 6,2 = 5 = y_G$

donc G est bien sur la médiane issue de T .