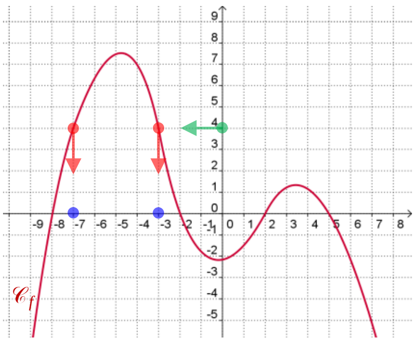
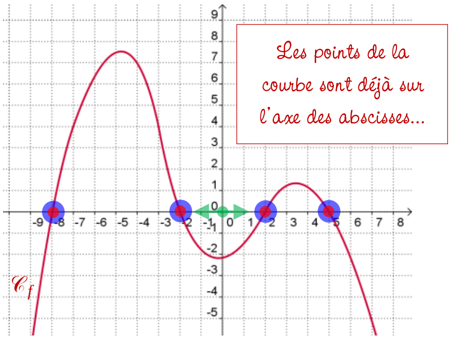
Correction de **2de - FONCTIONS - Fiche 4**

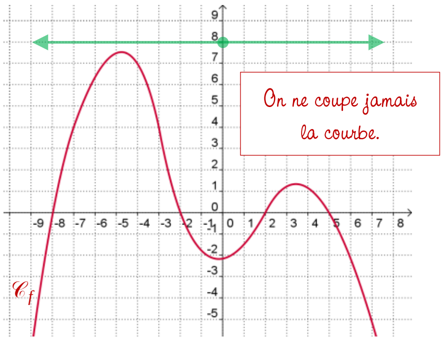
① **1.** **a.** $\mathscr{S} = \{ -7\,;-3 \}$



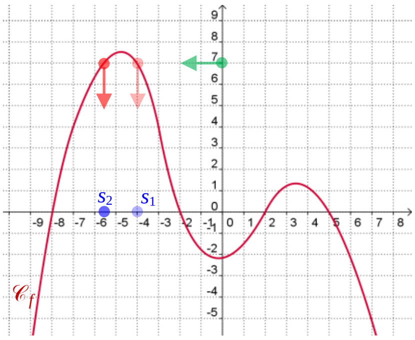
b. $\mathscr{S} = \{ -8\,;-2\,;2\,;5 \}$



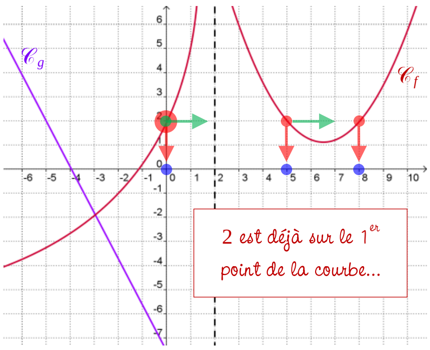
c. $\mathscr{S} = \varnothing$



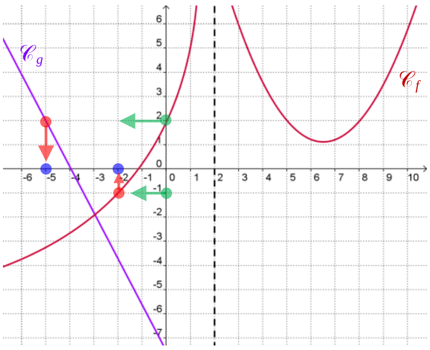
d. $-6 < s_2 < -5$



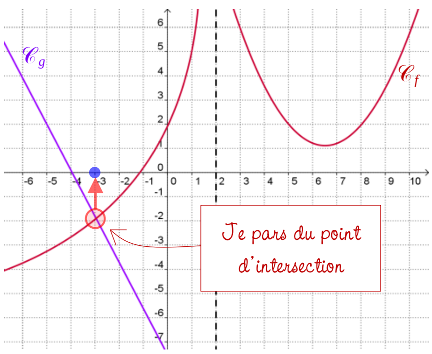
2. **a.** $\mathscr{S} = \{ 0\,;5\,;8 \}$



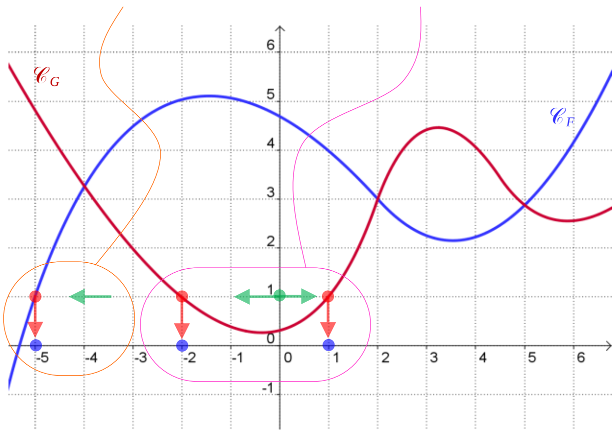
b. $\mathscr{S} = \{ -5 \}$ **c.** $\mathscr{S} = \{ -2 \}$



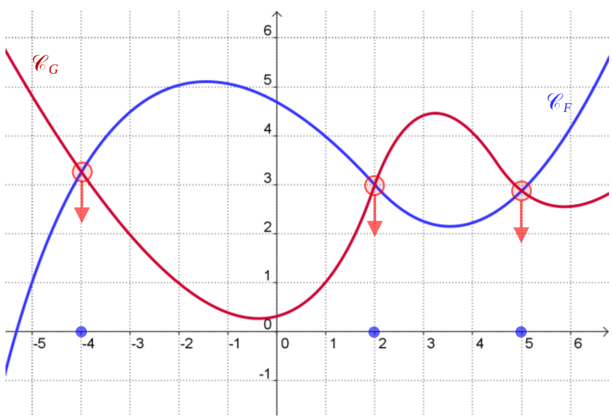
d. $\mathscr{S} = \{ -3 \}$



3. **a.** $\mathscr{S} = \{ -5 \}$ **b.** $\mathscr{S} = \{ -2\,;1 \}$



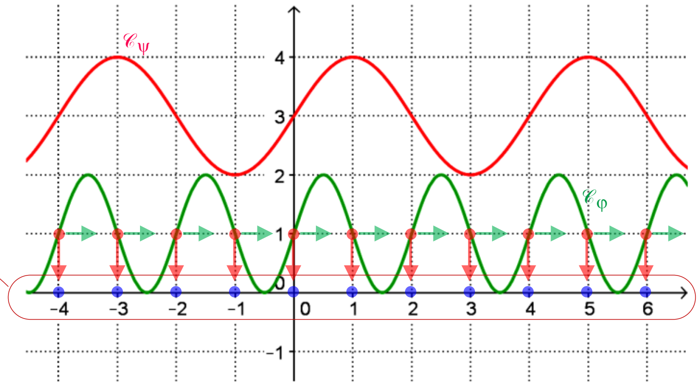
c. $\mathscr{S} = \{ -4\,;2\,;5 \}$



4. Pour l'équation $\varphi(x) = 1$, on a $\mathscr{S} = \mathbb{Z}$.

Ou en français :

Les solutions sont les entiers relatifs.

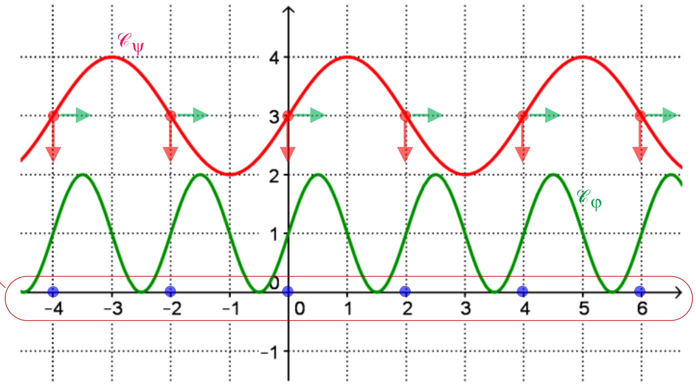


On reconnaît tous les entiers relatifs.

Pour l'équation $\psi(x) = 1$, les solutions sont les entiers pairs.

On peut dire aussi :

Les solutions sont tous les nombres de la forme $2k$ avec $k \in \mathbb{Z}$.



On reconnaît tous les entiers pairs.

② **1.**

- On ne peut pas conjecturer les deux solutions de l'équation (E_1).
  Tout ce qu'on peut dire, c'est qu'elles sont opposées et pas loin de –1,5 et 1,5. Mais c'est trop imprécis...
- On conjecture que $\mathscr{S}_2 = \{ -1 \}$.
  Attention à ne pas oublier le verbe « conjecturer » même si on est sûr de soi...
- On conjecture que $\mathscr{S}_3 = \{ -1 ; 1 \}$.
- On conjecture que $\mathscr{S}_4 = \{ -2 ; 2 \}$.
- On conjecture que $\mathscr{S}_5 = \{ 1 \}$.
- On conjecture que $\mathscr{S}_6 = \{ 0 \}$.
- On ne peut pas conjecturer $\mathscr{S}_7$.
  On dirait que les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ se superposent pendant un moment... Restons prudent !
- On ne peut pas conjecturer $\mathscr{S}_8$.
  Tout ce qu'on peut dire, c'est qu'il n'y a qu'une solution et qu'elle est entre 0 et 1. Un peu plus proche de 1.
- On conjecture que $\mathscr{S}_9 = \{ -2 ; 0 \}$.

2.

- $f(x) = 1$
  $\Leftrightarrow x^2 - 1 = 1$
  $\Leftrightarrow x^2 = 1 + 1$
  $\Leftrightarrow x^2 = 2$
  $\Leftrightarrow x = \sqrt{2}$ ou $x = -\sqrt{2}$

  Donc : $\mathscr{S}_1 = \{ -\sqrt{2} ; \sqrt{2} \}$. → On ne pouvait en effet pas le conjecturer...

- $h(x) = 1$
  $\Leftrightarrow -2x - 1 = 1$
  $\Leftrightarrow -2x = 2$
  $\Leftrightarrow x = \dfrac{2}{-2}$
  $\Leftrightarrow x = -1$

  Donc : $\mathscr{S}_2 = \{ -1 \}$ → Conjecture vérifiée.

- $f(x) = 0$
  $\Leftrightarrow x^2 - 1 = 0$
  $\Leftrightarrow x^2 = 1$
  $\Leftrightarrow x = \sqrt{1}$ ou $x = -\sqrt{1}$
  $\Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$

  Donc : $\mathscr{S}_3 = \{ -1 ; 1 \}$. → Conjecture vérifiée.

- $f(x) = 3$
  $\Leftrightarrow x^2 - 1 = 3$
  $\Leftrightarrow x^2 = 4$
  $\Leftrightarrow x = \sqrt{4}$ ou $x = -\sqrt{4}$
  $\Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$

  Donc : $\mathscr{S}_4 = \{ -2 ; 2 \}$. → Conjecture vérifiée.

- $g(x) = -1$
  $\Leftrightarrow 4x - 5 = -1$
  $\Leftrightarrow 4x = 4$
  $\Leftrightarrow x = \frac{4}{4}$
  $\Leftrightarrow x = 1$
  Donc : $\mathscr{S}_5 = \{ 1 \}$. → Conjecture vérifiée.

- $f(x) = -1$
  $\Leftrightarrow x^2 - 1 = -1$
  $\Leftrightarrow x^2 = 0$
  $\Leftrightarrow x = 0$

  Donc : $\mathscr{S}_6 = \{ 0 \}$. → Conjecture vérifiée.

- $f(x) = g(x)$
  $\Leftrightarrow x^2 - 1 = 4x - 5$
  $\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 + 5 = 0$
  $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$
  $\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0$
  $\Leftrightarrow x - 2 = 0$
  $\Leftrightarrow x = 2$

  Donc : $\mathscr{S}_7 = \{ 2 \}$.
  Nous étions restés prudent, mais le graphique est cohérent avec cette valeur 2.
  Il se passe un phénomène spécial : la droite $\mathscr{C}_g$ vient toucher la parabole $\mathscr{C}_f$ en un seul point, sans la traverser.
  On dira plus tard que la droite $\mathscr{C}_g$ est tangente à la parabole $\mathscr{C}_f$.

- $g(x) = h(x)$
  $\Leftrightarrow 4x - 5 = -2x - 1$
  $\Leftrightarrow 4x + 2x = -1 + 5$
  $\Leftrightarrow 6x = 4$
  $\Leftrightarrow x = \frac{4}{6}$
  $\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

  Donc : $\mathscr{S}_8 = \{ \frac{2}{3} \}$. → Graphique est cohérent avec cette valeur $\frac{2}{3}$.

- $f(x) = h(x)$.
  $\Leftrightarrow x^2 - 1 = -2x - 1$
  $\Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 + 1 = 0$
  $\Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$
  $\Leftrightarrow x(x + 2) = 0$
  $\Leftrightarrow x = 0$ ou $x + 2 = 0$
  $\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -2$

  Donc : $\mathscr{S}_9 = \{ -2 ; 0 \}$. → Conjecture vérifiée.

---

③ **1.** L'équation $F(x) = 1$ est équivalente à $0{,}2\,x^3 - 0{,}5\,x^2 - 0{,}45\,x + 2{,}125 = 1$ qu'on ne sait pas résoudre en Seconde.
C'est une équation du 3e degré !
On choisit donc la résolution graphique.
Mais on reste prudent car les valeurs ne sont pas entières…
Et on conjecture que $\mathscr{S} = \{ -1{,}5 ; 1{,}5 ; 2{,}5 \}$.

2.
$$\begin{aligned} F(-1{,}5) &= 0{,}2\times(-1{,}5)^3 - 0{,}5\times(-1{,}5)^2 - 0{,}45\times(-1{,}5) + 2{,}125 \\ &= 0{,}2\times(-3{,}375) - 0{,}5\times2{,}25 + 0{,}675 + 2{,}125 \\ &= -0{,}675 - 1{,}125 + 0{,}675 + 2{,}125 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(1{,}5) &= 0{,}2\times1{,}5^3 - 0{,}5\times1{,}5^2 - 0{,}45\times1{,}5 + 2{,}125 \\ &= 0{,}2\times3{,}375 - 0{,}5\times2{,}25 - 0{,}675 + 2{,}125 \\ &= 0{,}675 - 1{,}125 - 0{,}675 + 2{,}125 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(2{,}5) &= 0{,}2\times2{,}5^3 - 0{,}5\times2{,}5^2 - 0{,}45\times2{,}5 + 2{,}125 \\ &= 0{,}2\times15{,}625 - 0{,}5\times6{,}25 + 1{,}125 + 2{,}125 \\ &= 3{,}125 - 3{,}125 + 1{,}125 + 2{,}125 \\ &= 1 \end{aligned}$$

On a donc vérifié que $\mathscr{S} = \{ -1{,}5 \,;\, 1{,}5 \,;\, 2{,}5 \}$. → *Cette fois-ci, ce n'est plus une conjecture.*

Avec la convention passée, le graphique nous assure qu'il n'y a pas d'autre solution.

④

Si $m \in]\,4 \,;\, +\infty\,[$, alors l'équation a deux solutions.

Si $m = 4$, alors l'équation a trois solutions.

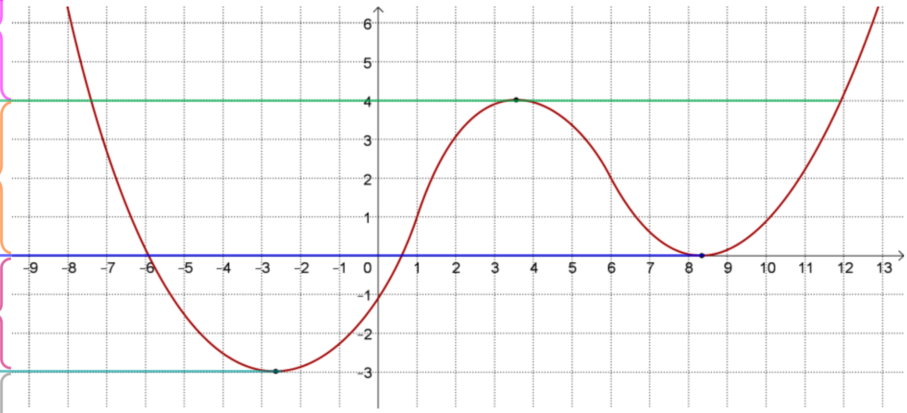
Si $m \in]\,0 \,;\, 4\,[$, alors l'équation a quatre solutions.

Si $m = 0$, alors l'équation a trois solutions.

Si $m \in]-3 \,;\, 0\,[$, alors l'équation a deux solutions.

Si $m = -3$, alors l'équation a une solution.

Si $m \in]-\infty \,;\, -3\,[$, alors l'équation n'a pas de solution.



On rédige en regroupant en cinq catégories dans l'ordre croissant du nombre de solutions :

Si $m \in]-\infty \,;\, -3\,[$, alors l'équation n'a pas de solution.
Si $m = -3$, alors l'équation a une solution.
Si $m \in]-3 \,;\, 0\,[\cup]\,4 \,;\, +\infty\,[$, alors l'équation a deux solutions.
Si $m \in \{ 0 \,;\, 4 \}$, alors l'équation a trois solutions.
Si $m \in]\,0 \,;\, 4\,[$, alors l'équation a quatre solutions.

⑤

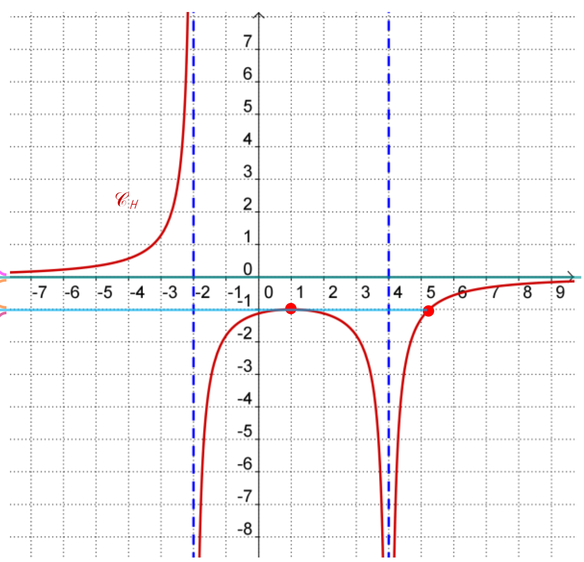
Si $m \in]\,0 \,;\, +\infty\,[$, alors l'équation a une solution.

Si $m = 0$, alors l'équation n'a pas de solution.

Si $m \in]-1 \,;\, 0\,[$, alors l'équation a une solution.

Si $m = -1$, alors l'équation a deux solutions.

Si $m \in]-\infty \,;\, -1\,[$, alors l'équation a trois solutions.



Si $k = 0$, alors l'équation n'a pas de solution.
Si $k \in]-1 \,;\, 0\,[\cup]\,0 \,;\, +\infty\,[$, alors l'équation a une solution.
Si $k = -1$, alors l'équation a deux solutions.
Si $k \in]-\infty \,;\, -1\,[$, alors l'équation a trois solutions.