

## Savoir DÉTERMINER L'ENSEMBLE DE DÉFINITION D'UNE FONCTION

### Ce qu'il faut comprendre ...

- Tous les nombres n'ont pas le droit d'avoir une image (ou d'être antécédents)**

Soit parce que l'énoncé l'a déjà décidé,

soit à cause d'une interdiction mathématique : - on n'a pas le droit de diviser par 0 ,

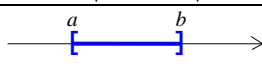
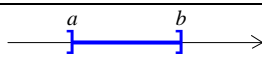
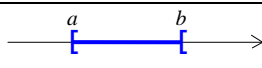
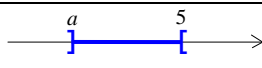
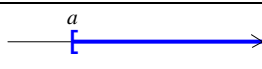




- on n'a pas le droit de mettre un nombre négatif sous un radical.

Les nombres qui n'ont pas le droit d'avoir une image sont appelés les **valeurs interdites**.

- Ceux qui ont le droit d'avoir une image forment l'ensemble de définition, noté souvent  $\mathcal{D}_f$**


### Ce qu'il faut savoir faire :

- Traduire des parties de  $\mathbb{R}$  par des intervalles**

	traduit	s'écrit	se représente par
L'ensemble de tous les $x$ entre $a$ et $b$ compris	$a \leq x \leq b$	$[ a ; b ]$	
L'ensemble de tous les $x$ entre $a$ non compris et $b$ compris	$a < x \leq b$	$] a ; b ]$	
L'ensemble de tous les $x$ entre $a$ compris et $b$ non compris	$a \leq x < b$	$[ a ; b [$	
L'ensemble de tous les $x$ entre $a$ et $b$ non compris	$a < x < b$	$] a ; b [$	
L'ensemble de tous les $x$ supérieurs ou égaux à $a$	$x \geq a$	$[ a ; +\infty [$	
L'ensemble de tous les $x$ strictement supérieurs à $a$	$x > a$	$] a ; +\infty [$	
L'ensemble de tous les $x$ inférieurs ou égaux à $a$	$x \leq a$	$] -\infty ; a ]$	
L'ensemble de tous les $x$ strictement inférieurs à $a$	$x < a$	$] -\infty ; a [$	
L'ensemble de tous les $x$ différents de $a$	$x \neq a$	$\mathbb{R} \setminus \{ a \} \text{ ou } ] -\infty ; a [ \cup ] a ; +\infty [$	

Et l'ensemble de tous les réels appartenant à un intervalle  $I$  ou à un intervalle  $J$  se note  $I \cup J$ .

Par exemple, l'ensemble des réels qui sont strictement inférieurs à 2 ou strictement supérieurs à 5

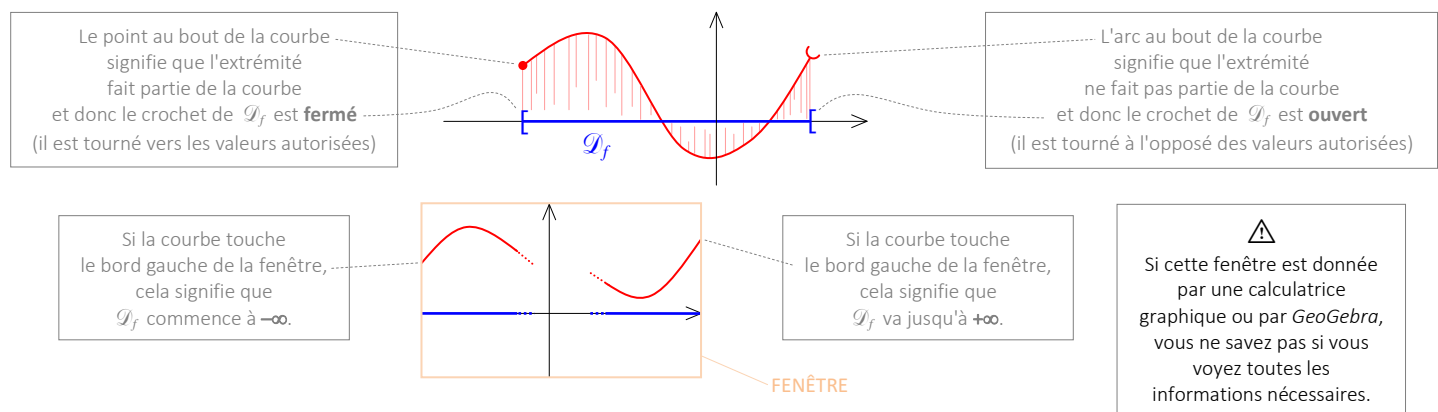
se note  $] -\infty ; 2 [ \cup ] 5 ; +\infty [$  et se représente par .

- Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction  $f$  grâce à la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  de l'énoncé**

On vous donne une fenêtre graphique dans laquelle vous voyez la courbe de  $f$ , toute ou en partie.

- Si cette fenêtre est donnée par un énoncé, par convention, toutes les informations nécessaires sont visibles.

**Méthode :** 1) Je repère toutes les **abscisses** qui ont une image, elles sont à la verticale de la **courbe**.



- 2) Ces **abscisses** sont les **antécédents** possibles.

Je traduis par un intervalle, ou par une réunion d'intervalles,

en faisant attention à ouvrir ou fermer correctement les crochets.

• **Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction  $f$  grâce à son expression** (de  $f(x)$  en fonction de  $x$ )

- Si l'expression de  $f(x)$  est sous la forme d'une fraction  $\frac{N(x)}{D(x)}$  :

**Méthode** : 1) Je détermine toutes les valeurs interdites en résolvant l'équation  $D(x) = 0$ .  
2) J'écris  $\mathcal{D}_f$  en enlevant à  $\mathbb{R}$  toutes les valeurs interdites trouvées.

On trouve une ou quelques valeurs interdites et on utilise généralement  $\mathbb{R} \setminus \{ \dots \}$ .

- Si l'expression de  $f(x)$  est sous la forme d'une racine  $\sqrt{A(x)}$  :

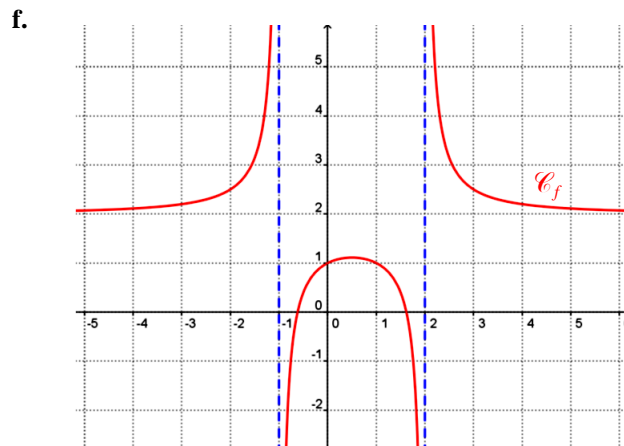
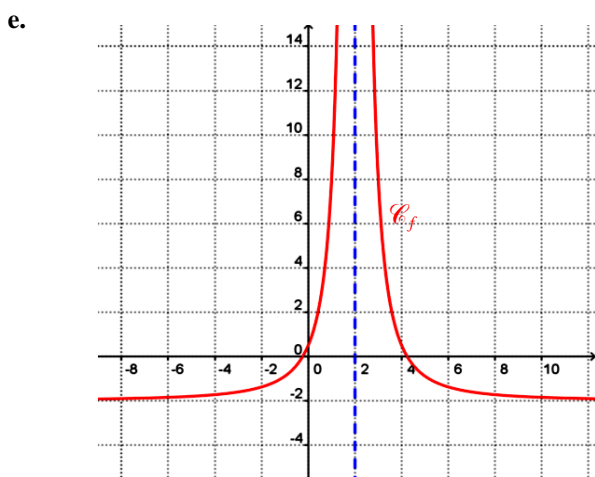
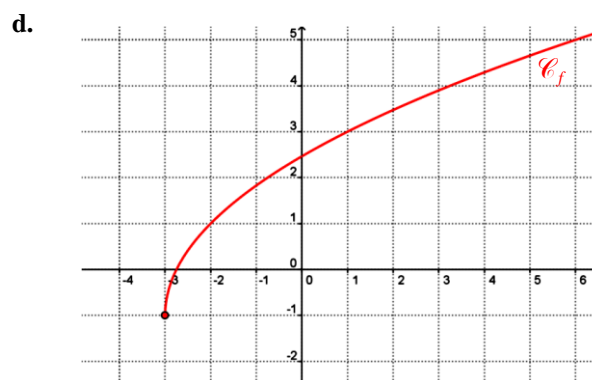
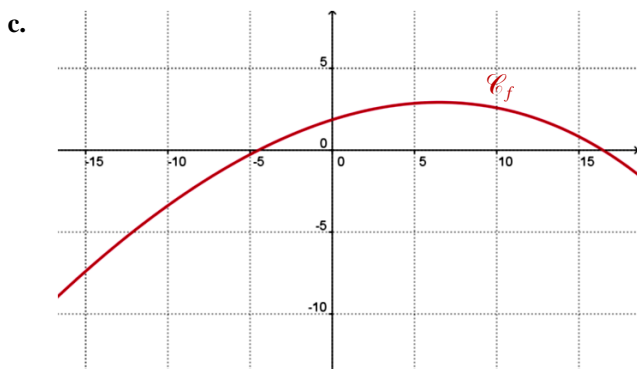
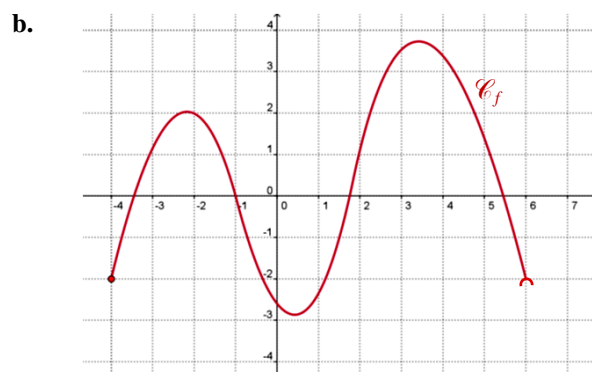
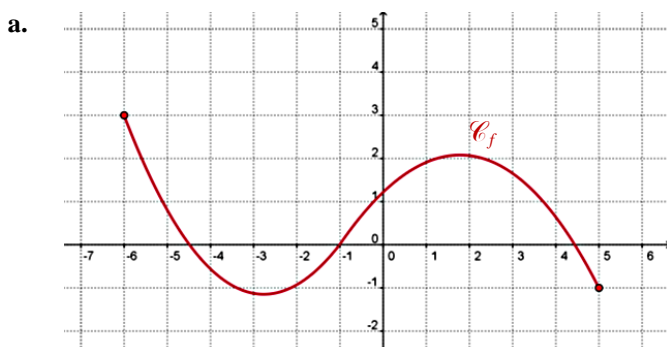
**Méthode** : 1) Je détermine toutes les valeurs interdites en résolvant l'inéquation  $A(x) < 0$ .  
2) J'écris  $\mathcal{D}_f$  en enlevant à  $\mathbb{R}$  toutes les valeurs interdites trouvées.

On trouve une infinité de valeurs interdites et on utilise les intervalles.

Remarques sur les exercices

- L'exercice ① consiste à lire l'ensemble de définition sur des graphiques.
- L'exercice ② demande de déterminer l'ensemble de définition à partir de l'expression de la fonction.
- L'exercice ③ est un exercice de compréhension.

① Les graphiques ci-dessous représentent une fonction  $f$ .  
Dans chaque cas, donner sans justification l'ensemble de définition  $\mathcal{D}_f$  de  $f$ .



② Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

1.
  - a.  $f_1 : x \mapsto \frac{1}{x-2}$
  - b.  $f_2 : x \mapsto \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{3x+4}$
  - c.  $f_3 : x \mapsto \frac{5}{(x+5)(1-x)}$
  - d.  $f_4 : x \mapsto \frac{x+2}{x^2-9}$
  - e.  $f_5 : x \mapsto \frac{x+2}{x^2+1}$
2.
  - a.  $g_1 : x \mapsto \sqrt{x-3}$
  - b.  $g_2 : x \mapsto \sqrt{4-5x}$
  - c.  $g_3 : x \mapsto \sqrt{x+1} + \sqrt{10-2x}$
3.
  - a.  $h_1 : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x-1}}$
  - b.  $h_2 : x \mapsto \frac{2}{\sqrt{1-2x}}$ .

③ Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

1. On place 750 millions de bactéries dans une solution et on étudie l'évolution de cette population pendant les 24 heures qui suivent.  
La fonction  $b : t \mapsto b(t)$  modélise le nombre de bactéries, exprimé en millions, en fonction du temps  $t$ , exprimé en minutes.
2. Le chiffre d'affaire d'une entreprise entre 2000 et 2020 est modélisé par la fonction  $C : t \mapsto C(t)$  où  $C(t)$  est exprimé en centaines d'euros et  $t$  est exprimé en mois passés après le 1<sup>er</sup> janvier 2000.
3. La fonction  $r$  associe un nombre au reste dans sa division euclidienne par 3.
4. La fonction  $d$  associe un nombre au nombre de décimales de son écriture à virgule.