Correction de 2de - CALCUL ALGÉBRIQUE - Fiche 1

① **1.**

$A = \frac{5}{3} - \frac{2}{7}$ → Je vois deux dénominateurs différents.

$= \frac{5\times7}{3\times7} - \frac{2\times3}{7\times3}$ → Je réduis au même dénominateur.

$= \frac{35}{21} - \frac{6}{21}$ → Vous pouvez directement passer à cette étape.

$= \frac{29}{21}$

$B = \frac{2}{9} + 9$

$= \frac{2}{9} + \frac{9}{1}$ → Si ça vous aide, vous pouvez écrire 9 comme une fraction.

$= \frac{2}{9} + \frac{9\times9}{1\times9}$ → Je réduis au même dénominateur.

$= \frac{2}{9} + \frac{81}{9}$ → Vous pouvez directement passer à cette étape.

$= \frac{83}{9}$

$C = \frac{1}{35} + \frac{3}{7}$ → Vous devez repérer que 35 est un multiple de 7 pour éviter d'utiliser le gros $35\times7 = 245$ comme dénominateur commun.

$= \frac{1}{35} + \frac{3\times5}{7\times5}$ → Je réduis au même dénominateur.

$= \frac{1}{35} + \frac{15}{35}$

$= \frac{36}{35}$

$D = \frac{2}{55} - \frac{3}{22}$ → $55\times22 = 1\,210$ serait un dénominateur commun bien désagréable.

$= \frac{2}{5\times11} - \frac{3}{2\times11}$ → Je décompose les deux dénominateurs pour voir s'ils ont quelque chose en commun : ils ont 11 comme facteur commun.

$= \frac{2\times2}{5\times11\times2} - \frac{3\times5}{2\times11\times5}$ → Je complète à gauche avec le 2 qui lui manque et à droite avec le 5 qui lui manque.

$= \frac{4}{110} - \frac{15}{110}$

$= -\frac{11}{110}$

$= -\frac{11}{11\times10}$ → Attention, ce n'est pas fini !

$= -\frac{1}{10}$

> Pour information, 110 est le plus petit multiple commun à 55 et 22.
> On l'appelle PPCM de 55 et 22.

$E = \frac{4}{15} + \frac{5}{6} + \frac{7}{10}$ → Trois dénominateurs ! $15\times6\times10 = 900$ ferait un gros dénominateur...

$= \frac{4}{3\times5} + \frac{5}{2\times3} + \frac{7}{2\times5}$ → Je décompose.

$= \frac{4\times2}{3\times5\times2} + \frac{5\times5}{2\times3\times5} + \frac{7\times3}{2\times5\times3}$ → Je complète juste par ce qui manque.

$= \frac{8}{30} + \frac{25}{30} + \frac{21}{30}$

$= \frac{54}{30}$

$= \frac{2\times3\times3\times3}{2\times3\times5}$ → Attention, ce n'est pas fini ! Remarquer qu'on aurait pu écrire $\frac{6\times9}{6\times5}$ car 9 et 5 n'ont pas de diviseur commun.

$= \frac{9}{5}$

2.

$F = \frac{10}{3} \times \frac{21}{5}$ → J'évite le gros nombre $10\times21 = 210$.

$= \frac{2\times5 \times 3\times7}{3\times5}$ → Je décompose.

$= 14$ → Je simplifie, et je suis sûr d'avoir trouvé la forme irréductible...

$G = \frac{3}{7} \times 2$

$= \frac{3}{7} \times \frac{2}{1}$ → Si ça vous aide, vous pouvez écrire 2 comme une fraction...

$= \frac{3\times2}{7}$ → ... mais vous devriez passer directement à ça....

$= \frac{6}{7}$ → ... voire même au résultat, puisqu'on voit bien qu'il n'y aura aucune simplification.

$H = \frac{1}{8} \times \frac{3}{8}$ → Résistez aux mêmes dénominateurs, ce n'est pas une addition !

$= \frac{3}{64}$

$I = \frac{14}{55} \times \frac{22}{15} \times \frac{9}{28}$ → Pas question d'utiliser le numérateur $14 \times 22 \times 9 = 2\,772$ et le dénominateur $55 \times 15 \times 28 = 23\,100$!

$= \frac{2 \times 7 \times 2 \times 11 \times 3 \times 3}{5 \times 11 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 7}$ → Je décompose.

$= \frac{3}{25}$ → Je simplifie.

---

3. $J = \frac{3}{5} : \frac{3}{7}$ → La 1ère fraction $\frac{3}{5}$ est divisée par la 2ème fraction $\frac{3}{7}$.

$= \frac{3}{5} \times \frac{7}{3}$ → Donc, la 1ère fraction $\frac{3}{5}$ est multipliée par $\frac{7}{3}$ l'inverse de la 2ème fraction.

$= \frac{7}{5}$

$K = \dfrac{\frac{21}{10}}{\frac{14}{5}}$ → La 1ère fraction $\frac{21}{10}$ est divisée par la 2ème fraction $\frac{14}{5}$.

$= \frac{21}{10} \times \frac{5}{14}$ → Donc, la 1ère fraction $\frac{21}{10}$ est multipliée par $\frac{5}{14}$ l'inverse de la 2ème fraction.

$= \frac{3 \times 7 \times 5}{2 \times 5 \times 2 \times 7}$

$= \frac{3}{4}$

$L = \dfrac{\frac{15}{2}}{5}$ → La 1ère fraction $\frac{15}{2}$ est divisée par 5, c'est-à-dire par la fraction $\frac{5}{1}$.

$= \frac{15}{2} \times \frac{1}{5}$ → Donc, la 1ère fraction $\frac{15}{2}$ est multipliée par $\frac{1}{5}$ l'inverse de $\frac{5}{1}$.

$= \frac{3 \times 5}{2 \times 5}$

$= \frac{3}{2}$

$M = \dfrac{12}{\frac{15}{2}}$ → L'entier 12 est divisé par la fraction $\frac{15}{2}$.

$= 12 \times \frac{2}{15}$ → Donc, l'entier 12 est multiplié par $\frac{2}{15}$ l'inverse de $\frac{15}{2}$.

$= \frac{2 \times 2 \times 3 \times 2}{3 \times 5}$

$= \frac{8}{5}$

---

4. $N = \frac{4}{9} - 2 \times \frac{13+1}{13-1}$ → Pas question de simplifier par 1 ou par 13 … $\frac{13+1}{13-1}$ n'est égal ni à $\frac{13}{13}$ ni à $\frac{+1}{-1}$.

$= \frac{4}{9} - 2 \times \frac{14}{12}$

$= \frac{4}{9} - \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 2 \times 3}$ → Je peux simplifier deux fois par 2.

$= \frac{4}{9} - \frac{7}{3}$

$= \frac{4}{9} - \frac{21}{9}$

$= -\frac{17}{9}$

$P = \dfrac{1 - 2 \times \frac{7}{3}}{(1 - \frac{1}{6})^2}$

$= \dfrac{1 - \frac{14}{3}}{(\frac{6}{6} - \frac{1}{6})^2}$ → J'attaque en même temps $\begin{cases} \text{le numérateur par la multiplication} \\ \text{et le dénominateur par la soustraction.} \end{cases}$

$= \dfrac{\frac{3}{3} - \frac{14}{3}}{(\frac{5}{6})^2}$ → Je continue à gérer en même temps le numérateur et le dénominateur.

$= \dfrac{-\frac{11}{3}}{\frac{25}{36}}$ → Rappelons que $(\frac{5}{6})^2$, c'est $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$, ou aussi simplement $\frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36}$.

$= -\frac{11}{3} \times \frac{36}{25}$

$= -\frac{11 \times 3 \times 12}{3 \times 25}$ → On peut voir qu'il est inutile de décomposer 12 et 25 car, de tête, ils n'ont pas de diviseur commun.

$= -\frac{132}{25}$

$Q = \dfrac{1-\dfrac{1}{3}}{6} \times \dfrac{9}{4} - \dfrac{1}{5}$ → Je repère le calcul prioritaire.

$= \dfrac{\dfrac{3}{3}-\dfrac{1}{3}}{6} \times \dfrac{9}{4} - \dfrac{1}{5}$

$= \dfrac{\dfrac{2}{3}}{6} \times \dfrac{9}{4} - \dfrac{1}{5}$

$= \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{6} \times \dfrac{9}{4} - \dfrac{1}{5}$ → Diviser par 6, c'est multiplier par son inverse $\dfrac{1}{6}$.

$= \dfrac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 2 \times 3 \times 4} - \dfrac{1}{5}$

$= \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{5}$

$= \dfrac{5}{20} - \dfrac{4}{20}$

$= \dfrac{1}{20}$

---

② $A = \dfrac{13+a}{13-a}$ ne se simplifie pas. → Ni a ni 13 ne sont des facteurs.

$B = \dfrac{13+13a}{13-13a}$ → Je vois que 13 est un facteur commun.

$= \dfrac{13 \times (1+a)}{13 \times (1-a)}$ → Je factorise pour qu'il devienne un facteur de <u>tout</u> le numérateur et de <u>tout</u> le dénominateur.

$= \dfrac{1+a}{1-a}$ → J'ai simplifié par 13 et je ne peux pas aller plus loin... Je ne peux simplifier ni par a ni par 1.

$C = \dfrac{2x+3}{2(x+3)}$ ne se simplifie pas. → 2 n'est pas facteur de tout le numérateur (seulement de x).

$D = \dfrac{2x+18}{2(x+3)}$

$= \dfrac{2(x+9)}{2(x+3)}$ → Je peux simplifier par 2.

$= \dfrac{x+9}{x+3}$ → Mais pas question de simplifier par x ou par 3 ...

$E = \dfrac{10}{15n-10}$

$= \dfrac{2 \times 5}{3 \times 5n - 2 \times 5}$

$= \dfrac{2 \times 5}{5(3n-2)}$ → Je peux simplifier par 5.

$= \dfrac{2}{3n-2}$ → Mais pas question de simplifier par 2.

---

③ $A = \dfrac{1}{3} + \dfrac{a}{5}$

$= \dfrac{1 \times 5}{3 \times 5} + \dfrac{a \times 3}{5 \times 3}$

$= \dfrac{5}{15} + \dfrac{3a}{15}$

$= \dfrac{5+3a}{15}$ → C'est terminé, je ne peux rien faire avec $5+3a$ et il n'y a pas de simplification par 5 ou par 3.

$B = \dfrac{1}{3} + \dfrac{5}{a} + 1$

$= \dfrac{1 \times a}{3 \times a} + \dfrac{5 \times 3}{a \times 3} \times a + \dfrac{a \times 3}{a \times 3}$ → Avec 3 et a, le dénominateur commun est $3a$.

$= \dfrac{a}{3a} + \dfrac{15}{3a} + \dfrac{3a}{3a}$

$= \dfrac{a+15+3a}{3a}$

$= \dfrac{4a+15}{3a}$ → Je ne peux simplifier ni par 3 ni par a.

$C = \dfrac{1}{3} + \dfrac{5}{a} - 1$

$= \dfrac{a}{3a} + \dfrac{15}{3a} - \dfrac{3a}{3a}$

$= \dfrac{a+15-3a}{3a}$

$= \dfrac{-2a+15}{3a}$

$D = \frac{1}{a} - \frac{2}{b}$
$= \frac{1 \times b}{a \times b} - \frac{2 \times a}{b \times a}$
$= \frac{b}{ab} - \frac{2a}{ab}$
$= \frac{b - 2a}{ab}$ → Je ne peux simplifier ni par a ni par b .

$E = \frac{1}{a} - \frac{b}{2}$
$= \frac{1 \times 2}{a \times 2} - \frac{b \times a}{2 \times a}$
$= \frac{2}{2a} - \frac{ba}{2a}$
$= \frac{2 - ab}{2a}$ → Je ne peux simplifier ni par 2 ni par a .

$F = \frac{3}{5} \times \frac{a}{6}$ → Attention à ne pas réduire au même dénominateur, ce n'est pas une addition !
$= \frac{3 \times a}{5 \times 2 \times 3}$ → Décomposez avant de multiplier !
$= \frac{a}{10}$ → J'ai simplifié par 3 .

$G = \frac{3}{2a} \times \frac{2}{3b}$
$= \frac{3 \times 2}{2 \times a \times 3 \times b}$ → Je peux simplifier par 2 et par 3 .
$= \frac{1}{ab}$ → Vous pouvez directement passer à cette étape.

$H = \frac{1}{2a} - \frac{1}{2b}$ → Je peux éviter le dénominateur $2a \times 2b$ ...
$= \frac{1 \times b}{2a \times b} - \frac{1 \times a}{2b \times a}$ → ... car le 2 est déjà en commun.
$= \frac{b}{2ab} - \frac{a}{2ab}$
$= \frac{b - a}{2ab}$

$I = \frac{2}{a} - \frac{a}{2b} + \frac{b}{2}$ → J'ai du a , du 2 et du b .
$= \frac{4b}{2ab} - \frac{a^2}{2ab} + \frac{ab^2}{2ab}$ → Mon dénominateur commun est donc $2ab$.
$= \frac{4b - a^2 + ab^2}{2ab}$ → Le numérateur ne se factorise ni par 2 , ni par a , ni par b .

$J = \frac{b}{a^2} + \frac{b}{a} - \frac{b}{a^3}$ → a^3 est un multiple de a et de a^2 .
$= \frac{ba}{a^3} + \frac{ba^2}{a^3} - \frac{b}{a^3}$ → Je multiplie $\begin{cases} a \text{ par } a^2 \text{ pour obtenir } a^3 \\ \text{et } a^2 \text{ par } a \text{ pour obtenir } a^3 . \end{cases}$
$= \frac{ba + ba^2 - b}{a^3}$

$K = \frac{a}{2} \times (1 - \frac{1}{a})$
$= \frac{a}{2} \times (\frac{a}{a} - \frac{1}{a})$
$= \frac{a}{2} \times \frac{a - 1}{a}$
$= \frac{a \times (a - 1)}{2a}$ → Cette étape n'est pas très utile.
$= \frac{a - 1}{2}$ → J'ai simplifié par a .

$L = \frac{1}{ab} - a \times (\frac{b}{2} - \frac{1}{b})$
$= \frac{1}{ab} - a \times (\frac{b^2}{2b} - \frac{2}{2b})$
$= \frac{1}{ab} - \frac{a(b^2 - 2)}{2b}$
$= \frac{2}{2ab} - \frac{a^2(b^2 - 2)}{2ab}$
$= \frac{2 - a^2(b^2 - 2)}{2ab}$

④ ***a)***

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$
$$= \frac{1}{12}+\frac{1}{9}$$ → Évitez le dénominateur 12×9 …
$$= \frac{1}{3\times4}+\frac{1}{3\times3}$$ → Je décompose pour repérer le 3 déjà en commun.
$$= \frac{3}{3\times4\times3}+\frac{4}{3\times3\times4}$$ → Je multiplie par ce qui manque, ça me donne le plus petit dénominateur commun possible…
$$= \frac{3}{36}+\frac{4}{36}$$
$$= \frac{7}{36}$$

et donc : $R_T = \frac{36}{7}$ (en ohms). → Simple inversion.

b)

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$
$$= \frac{R_2}{R_1R_2}+\frac{R_1}{R_1R_2}$$
$$= \frac{R_2+R_1}{R_1R_2}$$

et donc : $R_T = \frac{R_1R_2}{R_2+R_1}$. → Simple inversion.

c)

Si $R_1 = R_2 = x$ (en ohm), on a :

$$R_T = \frac{x\times x}{x+x}$$ → On remplace R_1 et R_2 par x dans l'expression $\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$.
$$= \frac{x^2}{2x}$$
$$= \frac{x}{2} \text{ (en ohms)}$$ → Après simplification par x.

d)

- Si on remplace R_1 et R_2 par une seule résistance R_A, on a $\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$.

  Les deux résistances R_A et R_3 sont branchées en parallèle, donc on a : $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_A}+\frac{1}{R_3}$
  $$= \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)+\frac{1}{R_3}$$
  $$= \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$$

- $$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$$
  $$= \frac{R_2R_3}{R_1\,R_2R_3}+\frac{R_1R_3}{R_1\,R_2R_3}+\frac{R_1R_2}{R_1\,R_2R_3}$$
  $$= \frac{R_2R_3+R_1R_3+R_1R_2}{R_1\,R_2R_3}$$

  et donc : $R_T = \frac{R_1R_2R_3}{R_2R_3+R_1R_3+R_1R_2}$ → Simple inversion.

e)

Si $R_1 = R_2 = R_3 = x$ (en ohm), on a :

$$R_T = \frac{x\times x\times x}{x\times x+x\times x+x\times x}$$ → Je remplace R_2 , R_2 et R_3 par x dans l'expression $\frac{R_1R_2R_3}{R_2R_3+R_1R_3+R_1R_2}$.
$$= \frac{x^3}{x^2+x^2+x^2}$$
$$= \frac{x^3}{3x^2}$$
$$= \frac{x}{3}$$ → Après simplification par x^2.

On devine la propriété générale : lorsqu'on branche plusieurs résistances égales en parallèle, la résistance totale équivalente vaut la valeur commune divisée par le nombre de résistances.