Correction de 2^{de} - DROITES - Fiche 2

Navigation vers les corrections : ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧

① **1.** **a.** $R\,(x\,;8) \in (d)$ ← Je précise que le point appartient à la droite...

donc $3x - 2\times 8 + 1 = 0$ ← ... ce qui me donne le droit au $=$ et me permet d'obtenir une équation à résoudre.

$\Leftrightarrow 3x - 15 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{15}{3}$

$\Leftrightarrow x = 5$

donc l'abscisse de E est 5.

b. $3\times 20 - 2\times 31 + 1$ ← Je remplace x et y par les deux coordonnées connues.

$= 60 - 62 + 1$ ← Attention, c'est le moment où vous ne pouvez pas écrire 0 car on ne sait pas si A est sur (d) !

$= -1 \neq 0$

donc $A \notin (d)$.

c. $A\,(-5\,;y) \in (d)$ ← Comme dans la question **a.**.

donc $3\times(-5) - 2y + 1 = 0$

$\Leftrightarrow -15 - 2y + 1 = 0$

$\Leftrightarrow -2y - 14 = 0$

$\Leftrightarrow y = \dfrac{14}{-2}$

$\Leftrightarrow y = -7$

donc l'ordonnée de A est -7.

d. $3\times(-7) - 2\times(-10) + 1$

$= -21 + 20 + 1$

$= 0$

donc $E \in (d)$.

---

2. **a.** $-5\times 3{,}5 + 11{,}5 = -17{,}5 + 11{,}5$ ← Je remplace seulement x dans le membre de droite.

$= 6$ ← J'obtiens une valeur égale à l'ordonnée.

donc $B \in (\Delta)$.

b. $S\,(-0{,}5\,;y) \in (\Delta)$

donc $y = -5\times(-0{,}5) + 11{,}5$ ← Ce n'est même pas une équation, c'est un simple calcul !

$= 2{,}5 + 11{,}5$

$= 14$

donc l'ordonnée de S est 14.

c. $S\,(x\,;7{,}5) \in (\Delta)$

donc $7{,}5 = -5x + 11{,}5$ ← Ah, ici, on a bien une équation à résoudre.

$\Leftrightarrow 7{,}5 - 11{,}5 = -5x$

$\Leftrightarrow -5x = -4$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-4}{-5}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{4}{5}$ (ou $0{,}8$)

donc l'abscisse de C est $\dfrac{4}{5}$.

---

3. **a.** ◆ $\begin{cases} 2\times 2 - 5 = 4 - 5 = -1 \\ 3\times(-2) + 8 = -6 + 8 = 2 \neq -1 \end{cases}$ ← Ici, nous devons faire deux calculs séparés car il y a des lettres dans les deux membres de l'équation.

donc $E \notin (d)$.

◆ $\begin{cases} 2\times 233 - 5 = 466 - 5 = 461 \\ 3\times 151 + 8 = 453 + 8 = 461 \end{cases}$

donc $F \in (d)$.

b. ◆ $K\,(a\,;5) \in (d)$

donc $2a - 5 = 3\times 5 + 8$ ← Je remplace x par a imposé par l'énoncé et y par 5.

$\Leftrightarrow 2a - 5 = 23$

$\Leftrightarrow 2a = 23 + 5$

$\Leftrightarrow 2a = 28$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{28}{2}$

$\Leftrightarrow a = 14$

- $L\,(-3\,;\,b\,) \in (d)$

  donc $2\times(-3) - 5 = 3b + 8$ ← *Je remplace y par b imposé par l'énoncé et x par -3 .*

  $\Leftrightarrow$ $-11 = 3b + 8$

  $\Leftrightarrow$ $3b = -11 - 8$

  $\Leftrightarrow$ $3b = -19$

  $\Leftrightarrow$ $b = -\dfrac{19}{3}$

---

4. **a.**

- $-5\times(-15) - 35$ ← *Un seul calcul suffit.*

  $= 75 - 35$

  $= 40 \neq 41$

  donc $H \notin (\Delta_1)$.

- $-2\times(-15) + 4\times41 - 194$

  $= 30 + 164 - 194$

  $= 0$

  donc $H \in (\Delta_2)$.

- $-15 \neq 15$ ← *Pas besoin de calcul.*

  donc $H \notin (\Delta_3)$.

b.

- M appartient à (Δ_3) d'équation $x = 15$

  donc son abscisse est 15 .

- $M\,(\,15\,;\,y\,) \in (d)$

  donc $y = -5\times15 - 35$

  $= -110$

  donc son ordonnée est -110 .

5.

- D'une part, $3\times36 + 4\times21 - 192 = 108 + 84 - 192 = 0$ ← *Un seul calcul suffit.*

  donc $A \in (d)$.

  D'autre part, $\begin{cases} 2\times36 = 72 \\ 134 - 3\times21 = 134 - 63 = 71 \neq 72 \end{cases}$ ← *Deux calculs séparés.*

  donc $A \notin (d')$

  donc A n'est pas le point d'intersection de (d) et (d') .

- D'une part, $3\times40 + 4\times18 - 192 = 120 + 72 - 192 = 0$

  donc $B \in (d)$.

  D'autre part, $\begin{cases} 2\times40 = 80 \\ 134 - 3\times18 = 134 - 54 = 80 \end{cases}$

  donc $B \in (d')$

  donc B est le point d'intersection de (d) et (d') .

---

6. **a.** $M\,(\,4\,;\,y\,) \in (P)$ ← *On peut lui donner un nom...*

donc $2\times4^2 - 3y - 5 = 0$

$\Leftrightarrow$ $32 - 3y - 5 = 0$

$\Leftrightarrow$ $-3y = -27$

$\Leftrightarrow$ $y = \dfrac{-27}{-3}$

$\Leftrightarrow$ $y = 9$

donc l'ordonnée est 9 .

b. $2\times6{,}5^2 - 3\times26{,}5 - 5$ ← *Un seul calcul suffit.*

$= 84{,}5 - 79{,}5 - 5$

$= 0$

donc $M \in (P)$.

c. $M\,(\,x\,;\,-1\,) \in (P)$ ← *On peut lui donner un nom...*

donc $2x^2 - 3\times(-1) - 5 = 0$

$\Leftrightarrow$ $2x^2 + 3 - 5 = 0$

$\Leftrightarrow$ $2x^2 - 2 = 0$

$\Leftrightarrow$ $2\,(\,x^2 - 1\,) = 0$

$\Leftrightarrow$ $2\,(\,x - 1\,)\,(\,x + 1\,) = 0$

$\Leftrightarrow$ $x - 1 = 0$ ou $x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow$ $x = 1$ ou $x = -1$

donc les abscisses des points sont 1 et -1 .

d. Si un point $M\,(\,x\,;-3\,)$ appartient à (P)

alors $2x^2 - 3\times(-3) - 5 = 0$

$\Leftrightarrow\ 2x^2 + 4 = 0$

$\Leftrightarrow\ 2x^2 = -4$: impossible car un carré ne peut être négatif

donc aucun point de (P) n'a pour ordonnée -3 .

---

7. **a.**

- $10^2 - 12\times10 + 6^2 - 6\times6 + 20$ ← Un seul (gros) calcul suffit. Pensez à remplacer les deux x et les deux y .
  $= 100 - 120 + 36 - 36 + 20$
  $= 0$
  donc $E \in (C)$.
- $7^2 - 12\times7 + 8^2 - 6\times8 + 20$
  $= 49 - 84 + 64 - 48 + 20$
  $= 1 \neq 0$
  donc $F \notin (C)$.
- $3^2 - 12\times3 + (-1)^2 - 6\times(-1) + 20$
  $= 9 - 36 + 1 + 6 + 20$
  $= 0$
  donc $G \in (C)$.

b. $M\,(\,1\,;y\,) \in (C)$ ← On peut lui donner un nom…

donc $1^2 - 12\times1 + y^2 - 6y + 20 = 0$

$\Leftrightarrow\ 1 - 12 + y^2 - 6y + 20 = 0$

$\Leftrightarrow\ y^2 - 6y + 9 = 0$

$\Leftrightarrow\ (\,y-3\,)^2 = 0$

$\Leftrightarrow\ y - 3 = 0$

$\Leftrightarrow\ y = 3$

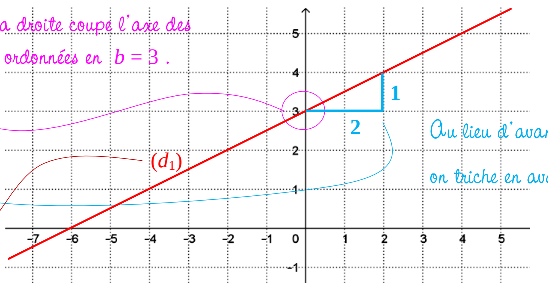
donc l'ordonnée vaut 3 .

---

② On ne demande aucune trace de justification, on va donc utiliser les informations graphiques données par les équations cartésiennes réduites.

$(d_1) : y = \frac{1}{2}x + 3$

La droite coupe l'axe des ordonnées en $b = 3$.

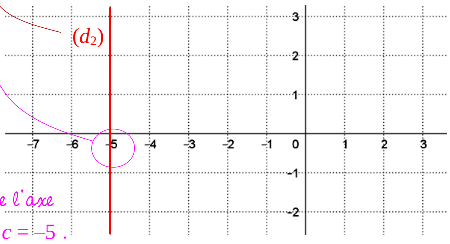


Au lieu d'avancer de 1 et monter de $\frac{1}{2}$, on triche en avançant de 2 et on monte de 1 .

N'oubliez pas le nom de la droite.

$(d_2) : x = -5$

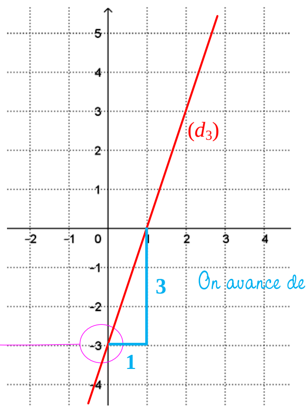
La droite est verticale.



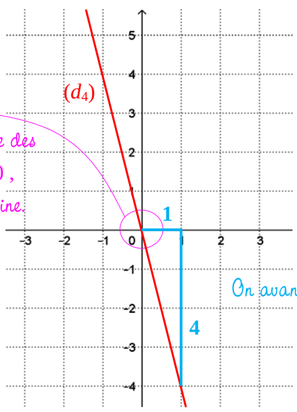
La droite coupe l'axe des abscisses en $c = -5$.

$(d_3) : y = 3x - 3$

La droite coupe l'axe des ordonnées en $b = -3$.



On avance de 1 et on monte de 3 .



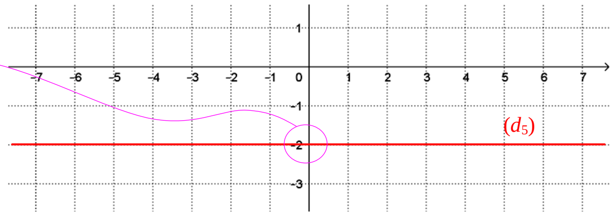
$(d_4) : y = -4x + 0$

La droite coupe l'axe des ordonnées en $b = 0$, c'est-à-dire à l'origine.

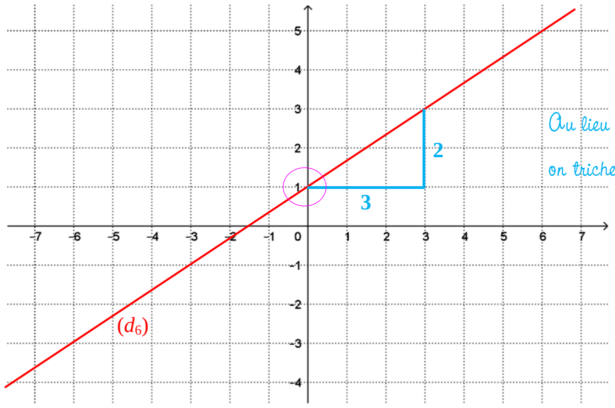
On avance de 1 et on descend de 4 car $a = -4$ négatif.

$(d_5) : y = -2$

La droite est horizontale.



$(d_6) : y = \frac{2}{3}x + 1$

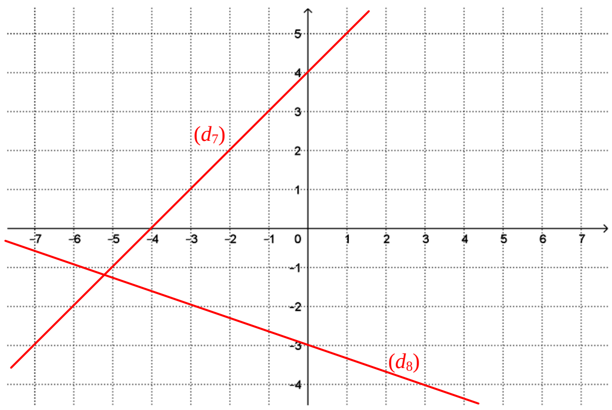


Au lieu d'avancer de 1 et monter de $\frac{2}{3}$,
on triche en avançant de 3 et on monte de 2 .

Les deux dernières équations cartésiennes sont sous la forme générale. Je trouve leurs formes réduites :

$(d_7) : -x + y - 4 = 0$
$\Leftrightarrow\ y = x + 4$

$(d_8) : 3y = -x - 3$
$\Leftrightarrow\ y = -\frac{1}{3}x - 3$



③ • $(d_1) : x - 3y + 5 = 0$

Pour $x = 0$, on a $0 - 3y + 5 = 0 \Leftrightarrow -3y = -5 \Leftrightarrow y = \frac{5}{3}$

Le choix de $x = 0$ n'est pas une bonne idée car il provoque une valeur de y non entière compliquée à placer.
Essayons de trouver une valeur de x qui donnerait un multiple de 3 divisé par 3 :

Pour $x = 1$, on a $1 - 3y + 5 = 0 \Leftrightarrow -3y = -6 \Leftrightarrow y = \frac{-6}{-3} = 2$ *← Ah, c'est bien mieux…*

Pour $x = 4$ *(3 de plus que 1 pour rester dans les multiples de 3)* , on a $4 - 3y + 5 = 0 \Leftrightarrow -3y = -9 \Leftrightarrow y = \frac{-9}{-3} = 3$

On aurait pu prendre aussi $x = 7$ ou $x = -2$, etc…

Donc (d_1) passe par les points $(1 ; 2)$ et $(4 ; 3)$.

Remarquons qu'il aurait bien plus facile de choisir des valeurs de y !
Pour $y = 0$, on a $x - 3{\times}0 + 5 = 0 \Leftrightarrow x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$
Pour $y = 1$, on a $x - 3{\times}1 + 5 = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$
En fait, aucune valeur de y ne pose un problème de division puisque x est multiplié par 1.
Donc (d_1) passe par les points $(-5 ; 0)$ et $(-2 ; 1)$. *← C'est la même droite !!!*

Remarquons que l'équation cartésienne réduite est $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

On sait utiliser un coefficient directeur $\frac{1}{3}$ pour tracer rapidement la droite.

Mais c'est ici l'ordonnée à l'origine $\frac{5}{3}$ qui aurait été impossible à placer correctement…

- (d_2) : $-3x + y + 4 = 0$

  Ici, aucune valeur de x ne posera un problème de division...

  Pour $x = 0$, on a $-3\times0 + y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = -4$.
  Pour $x = 1$, on a $-3\times1 + y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = -1$.

  Donc (d_2) passe par les points $(0 ; -4)$ et $(1 ; -1)$.

  En théorie, il n'y a besoin de rien de plus pour justifier le tracé.
  Mais en pratique, les points vont être proches l'un de l'autre et risquent de rendre le tracé imprécis.

  On aurait pu choisir par exemple :
  Pour $x = 7$, on a $-3\times7 + y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = 17$.
  qui donne un point $(7 ; 17)$ loin de $(0 ; -4)$ mais qu'on ne peut pas placer car il sort de la fenêtre donnée.

  Pour $x = 3$, on a $-3\times3 + y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = 5$.
  donne le point $(3 ; 5)$ qui remplit toutes les conditions...

- (d_3) : $5x + 3y - 7 = 0$

  Aïe, il va falloir trouver des valeurs de x qui ne poseront pas de problème quand on divisera par 3.
  Ou alors des valeurs de y qui ne poseront pas de problème quand on divisera par 5.

  Pour $x = 2$, on a $5\times2 + 3y - 7 = 0 \Leftrightarrow 3y = -3 \Leftrightarrow y = -1$.

  Pour $x = 2 + 3 = 5$, on est sûr d'obtenir une valeur entière : $5\times5 + 3y - 7 = 0 \Leftrightarrow 3y = -18 \Leftrightarrow y = -6$.
  Mais le point $(5 ; -6)$ ne peut pas être placé.
  On peut aussi enlever 3 à 2 :

  Pour $x = -1$, on a $5\times(-1) + 3y - 7 = 0 \Leftrightarrow 3y = 12 \Leftrightarrow y = 4$.

  Donc (d_3) passe par les points $(2 ; -1)$ et $(-1 ; 4)$.

  Pour $x = 2 - 6 = -4$, on trouve le point $(-4 ; 9)$ qui ne peut pas être placé non plus.
  En fait, il n'y avait que deux valeurs de x qui permettaient des ordonnées entières.

  Pour y , il n'y avait aussi que deux valeurs qui permettaient des abscisses entières : -1 et 4 qu'on a trouvées précédemment.

- (d_4) : $x + 8y - 13 = 0$

  On voit tout de suite qu'il vaut mieux choisir les valeurs de y .
  Mais, restons prudent : pour $y = 0$, on a $x + 8\times0 - 13 = 0 \Leftrightarrow x = 13$. Ah, zut ! Impossible à placer...

  Pour $y = 1$, on a $x + 8\times1 - 13 = 0 \Leftrightarrow x = 5$.
  Pour $y = 2$, on a $x + 8\times2 - 13 = 0 \Leftrightarrow x = -3$.

  Donc (d_4) passe par les points $(5 ; 1)$ et $(-3 ; 2)$.

  Ce sont les deux seuls points à coordonnées entières.

- (d_5) : $3x - y = -17$

  Pour $x = -4$, on a $3\times(-4) - y = -17 \Leftrightarrow -y = -5 \Leftrightarrow y = 5$.
  Pour $x = -7$, on a $3\times(-7) - y = -17 \Leftrightarrow -y = 4 \Leftrightarrow y = -4$.

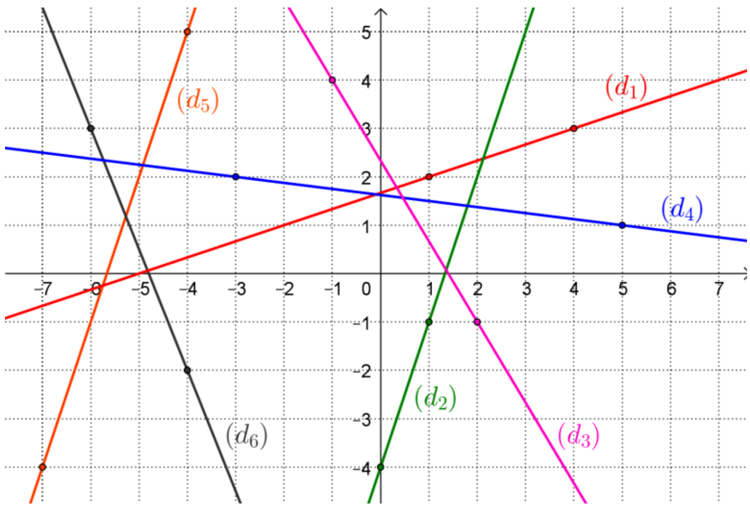
  Donc (d_5) passe par les points $(-4 ; 5)$ et $(-7 ; -4)$.

  On pouvait utiliser également $x = -5$ et $x = -6$.

- (d_6) : $5x + 2y + 24 = 0$

  Pour $x = -4$, on a $5\times(-4) + 2y + 24 = 0 \Leftrightarrow 2y = -4 \Leftrightarrow y = -2$.
  Pour $x = -6$, on a $5\times(-6) + 2y + 24 = 0 \Leftrightarrow 2y = 6 \Leftrightarrow y = 3$.

  Donc (d_6) passe par les points $(-4 ; -2)$ et $(-6 ; 3)$.



④ **a.** $\begin{cases} x_A \neq x_B \text{ donc } \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{-24-21}{-15-12} = \dfrac{-45}{-27} = \dfrac{5}{3} \\ x_C \neq x_D \text{ donc } \dfrac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \dfrac{-5-1}{-5-5} = \dfrac{-6}{-10} = \dfrac{5}{3} \end{cases}$ ← Je calcule les deux coefficients directeurs.

donc (AB) et (CD) ont le même coefficient directeur, ← Je les compare.
donc $(AB) // (CD)$. ← Je conclus.

N'oubliez pas de préciser que les abscisses sont différentes avant de calculer le taux de variation.

b. • $\begin{cases} x_E \neq x_F \text{ donc } \dfrac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \dfrac{126-18}{-6-3} = \dfrac{108}{-9} = -12 \\ x_G \neq x_H \text{ donc } \dfrac{y_H - y_G}{x_H - x_G} = \dfrac{-1-64}{0-(-5)} = \dfrac{-65}{5} = -13 \end{cases}$

donc (EF) et (GH) n'ont pas le même coefficient directeur,
donc (EF) et (GH) ne sont pas parallèles.

- $\begin{cases} x_K = x_L \text{ donc } (KL) \text{ est parallèle à l'axe des ordonnées} \\ x_M = x_N \text{ donc } (MN) \text{ est parallèle à l'axe des ordonnées} \end{cases}$ ← Attention ! Pas de coefficient directeur.

  donc : $(KL) // (MN)$.

c.
- $475 = 5\times5\times19$
  $285 = 3\times5\times19$

On rappelle qu'on obtient une décomposition en facteurs premiers en divisant successivement par les nombres premiers :
$475 = 5\times95 = 5\times5\times19$
$285 = 3\times95 = 3\times5\times19$

- $x_A \neq x_R$ donc $\dfrac{y_R - y_A}{x_R - x_A} = \dfrac{68{,}5-21}{40{,}5-12} = \dfrac{47{,}5}{28{,}5} = \dfrac{475}{285} = \dfrac{5\times5\times19}{3\times5\times19} = \dfrac{5}{3}$

  donc (AB) a pour coefficient directeur $\dfrac{5}{3}$.
- D'après la question **a.**, (AB) et (AR) ont le même coefficient directeur,
  donc $(AB) // (AR)$
  donc A , B et R sont alignés. ← Car deux droites parallèles ayant un point commun sont confondues.

---

⑤
- $2y - 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2y = 3x + 5$ ← Je transforme en équation réduite $y = ax + b$ ...
  $\Leftrightarrow y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{5}{2}$ ← ... pour faire apparaître le coefficient directeur a .

  Donc, (d_1) a pour coefficient directeur $\dfrac{3}{2}$. ← Ou 1,5 .
- $\dfrac{3y}{2} = 3 - x \Leftrightarrow 3y = 6 - 2x$
  $\Leftrightarrow y = -\dfrac{2}{3}x + 2$

  Donc, (d_2) a pour coefficient directeur $-\dfrac{2}{3}$.
- $6x - 4y = -1 \Leftrightarrow -4y = -1 - 6x$
  $\Leftrightarrow y = \dfrac{-6}{-4}x - \dfrac{1}{-4}$
  $\Leftrightarrow y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{4}$

  Donc, (d_3) a pour coefficient directeur $\dfrac{3}{2}$.
- (d_4) : $x = -7$ ← Pas de coefficient directeur.
  donc, (d_4) est parallèle à l'axe des ordonnées.
- $\dfrac{y}{2} + \dfrac{x}{3} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{y}{2} = -\dfrac{x}{3} + 1$
  $\Leftrightarrow y = -\dfrac{2}{3}x + 2$

  Donc, (d_5) a pour coefficient directeur $-\dfrac{2}{3}$.
- (d_6) a pour équation cartésienne réduite $y = 1{,}5x - 17{,}3$
  donc, (d_6) a pour coefficient directeur $1{,}5 = \dfrac{3}{2}$.
- $5x + 1 = -6 \Leftrightarrow 5x = -7$
  $\Leftrightarrow x = -\dfrac{7}{5}$

  Donc, (d_7) est parallèle à l'axe des ordonnées.
- (d_1) , (d_3) et (d_6) ont le même coefficient directeur $\dfrac{3}{2}$,
  donc : $(d_1) // (d_3) // (d_6)$.
- (d_2) et (d_5) ont le même coefficient directeur $-\dfrac{2}{3}$,
  donc : $(d_2) // (d_5)$.
- (d_4) et (d_7) sont parallèles à l'axe des ordonnées,
  donc : $(d_4) // (d_7)$.

---

⑥ On me donne les coordonnées du point d'intersection, il est donc inutile de les calculer avec une longue résolution de système !
Il suffit de vérifier l'appartenance à chaque droite en testant ces coordonnées dans chaque équation...

D'une part, $2\times 9 - 12 = 18 - 12 = 6$
donc $K \in (\delta_1)$.

D'autre part, $-\dfrac{1}{3}\times 9 + 9 = -3 + 9 = 6$
donc $K \in (\delta_2)$.

On en déduit que $K \in (\delta_1) \cap (\delta_2)$
donc K est bien le point d'intersection de (δ_1) et (δ_2) .

⑦ • Posons $M\,(\,x\,;\,y\,)$ le point d'intersection de (Δ) avec l'axe des abscisses qui a pour équation $y = 0$.

Alors M a pour ordonnée 0 .

$M\,(\,x\,;\,0\,) \in (\Delta)$

donc $8x - 7\times 0 + 42 = 0$

$\Leftrightarrow 8x + 42 = 0$

$\Leftrightarrow 8x = -42$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-42}{8}$

$\Leftrightarrow x = -7$

donc le point d'intersection de (Δ) avec l'axe des abscisses a pour coordonnées $(\,-7\,;\,0\,)$.

• Posons $N\,(\,x\,;\,y\,)$ le point d'intersection de (Δ) avec l'axe des ordonnées qui a pour équation $x = 0$.

Alors M a pour abscisse 0 .

$M\,(\,0\,;\,y\,) \in (\Delta)$

donc $8\times 0 - 7y + 42 = 0$

$\Leftrightarrow -7y + 42 = 0$

$\Leftrightarrow -7y = -42$

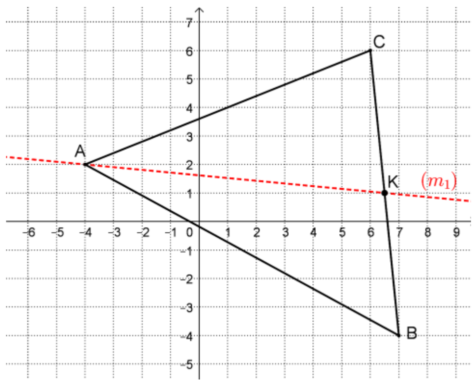
$\Leftrightarrow y = \dfrac{-42}{-7}$

$\Leftrightarrow y = 8$

donc le point d'intersection de (Δ) avec l'axe des abscisses a pour coordonnées $(\,0\,;\,8\,)$.

---

⑧ **Partie A**



1. **a.** K milieu de $[BC]$

donc $K\,\left(\dfrac{7+6}{2}\,;\,\dfrac{-4+6}{2}\right)$ donc $K\,\left(\dfrac{13}{2}\,;\,1\right)$

b. $x_A + \dfrac{21}{2}y_A - 17 = -4 + \dfrac{21}{2}\times 2 - 17 = 21 - 21 = 0$

donc $A \in (m_1)$.

$x_K + \dfrac{21}{2}y_K - 17 = \dfrac{13}{2} + \dfrac{21}{2}\times 1 - 17 = 17 - 17 = 0$

donc $K \in (m_1)$.

c. On en déduit que (m_1) passe par le sommet A et le milieu du côté $[BC]$
donc que (m_1) est la médiane issue de A du triangle ABC .

2. • La médiane (m_2) passe par B et par L .

L milieu de $[AC]$

donc $L\,\left(\dfrac{-4+6}{2}\,;\,\dfrac{2+6}{2}\right)$ donc $L\,(\,1\,;\,4\,)$

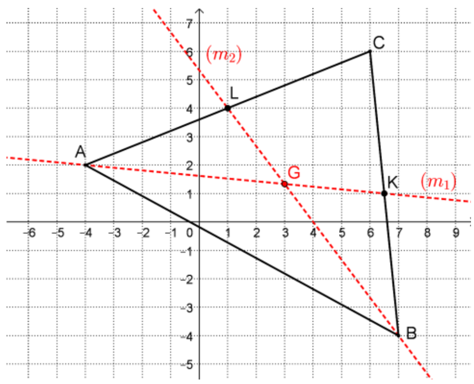
• $x_B \neq x_L$ donc (m_2) a une équation cartésienne de la forme $y = ax + b$.

$a = \dfrac{y_L - y_B}{x_L - x_B} = \dfrac{4-(-4)}{1-7} = \dfrac{8}{-6} = -\dfrac{4}{3}$

$B \in (m_2)$ donc $-4 = -\dfrac{4}{3}\times 7 + b$

$\Leftrightarrow b = \dfrac{16}{3}$

Et donc $(m_2) : y = -\dfrac{4}{3}x + \dfrac{16}{3}$.



3. **a.** D'une part, $3 + \dfrac{21}{2}\times\dfrac{4}{3} - 17 = 3 + 14 - 17 = 0$

donc $G \in (m_1)$.

D'autre part, $-\dfrac{4}{3}\times 3 + \dfrac{16}{3} = -\dfrac{12}{3} + \dfrac{16}{3} = \dfrac{4}{3}$

donc $G \in (m_2)$.

On en déduit que $G \in (m_1) \cap (m_2)$
donc G est bien le point d'intersection de (m_1) et (m_2) .

b. • $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} 3-(-4) \\ 4/3 - 2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} 7 \\ -2/3 \end{pmatrix}$

donc $AG = \sqrt{7^2 + \left(-\dfrac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{445}{9}} = \dfrac{\sqrt{445}}{3}$

• $\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix} 13/2 - (-4) \\ 1 - 2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix} 21/2 \\ -1 \end{pmatrix}$

donc $AK = \sqrt{\left(\dfrac{21}{2}\right)^2 + (-1)^2} = \sqrt{\dfrac{445}{4}} = \dfrac{\sqrt{445}}{2}$

• $\dfrac{2}{3}AK = \dfrac{2}{3}\dfrac{\sqrt{445}}{2} = \dfrac{\sqrt{445}}{3} = AG$

c. ◆ $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 3-7 \\ 4/3-(-4) \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} -4 \\ 16/3 \end{pmatrix}$

donc $BG = \sqrt{(-4)^2 + (\frac{16}{3})^2} = \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{20}{3}$

◆ $\overrightarrow{BL}\begin{pmatrix} 1-7 \\ 4-(-4) \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{BL}\begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$

donc $BL = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$

◆ $\frac{2}{3}BL = \frac{2}{3}\times 10 = \frac{20}{3} = BG$

4. **a.** ◆ M milieu de $[AB]$

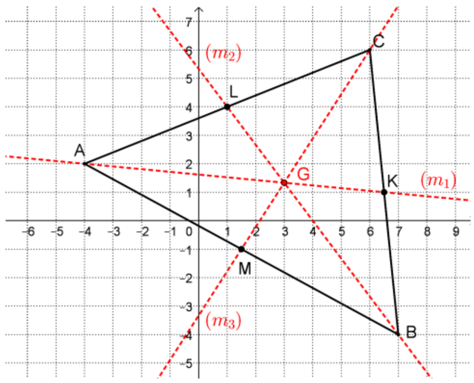
donc $M\,(\frac{-4+7}{2}\,;\frac{2+(-4)}{2})$ donc $M\,(\frac{3}{2}\,;-1)$.

◆ $\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} 3-6 \\ 4/3-6 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CG}\begin{pmatrix} -3 \\ -14/3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} 3/2-6 \\ -1-6 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} -9/2 \\ -7 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} \dfrac{-3}{-\frac{9}{2}} = -3\times(-\frac{2}{9}) = \frac{2}{3} \\[2ex] \dfrac{-\frac{14}{3}}{-7} = -\frac{14}{3}\times(-\frac{1}{7}) = \frac{2}{3} \end{cases}$$

donc $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{CM}$.



b. D'après la question **a.**, $\overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{CM}$ sont colinéaires
donc (CG) et (CM) sont parallèles
donc C , G et M sont alignés
donc $G \in (CM)$.

Or, M est le milieu de $[AB]$
donc (CM) est bien la médiane (m_3) issue de C du triangle ABC
donc $G \in (m_3)$.

Partie B

Dans cette partie, vous aurez à démontrer de nombreuses égalités vectorielles.

Ne confondez pas $\begin{cases} \text{celles des questions } \textbf{1.} \text{ et } \textbf{4.} \text{ qu'on obtient en transformant le membre de gauche pour arriver, \underline{par égalités successives}, au membre de droite} \\ \text{celles des questions } \textbf{2.} \text{ et } \textbf{3.} \text{ qu'on obtient en transformant une égalité de départ pour arriver, \underline{par équivalences successives}, à l'égalité voulue.} \end{cases}$

1. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ ← *Je transforme* $\overrightarrow{AB}$ *avec la relation de Chasles.*

$= 2\,\overrightarrow{LC} + 2\,\overrightarrow{CK}$ car L et K milieux respectifs de $[AC]$ et de $[BC]$ ← *Je transforme* $\overrightarrow{AC}$ *et* $\overrightarrow{CB}$ *avec les données.*

égalités successives $= 2\,(\,\overrightarrow{LC} + \overrightarrow{CK}\,)$ ← *Je factorise.*

$= 2\,\overrightarrow{LK}$ ← *J'applique la relation de Chasles pour réduire.*

2. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{AK}$ ← *Je pars de l'égalité.*

$\Leftrightarrow$ $3\,\overrightarrow{AG} = 2\,\overrightarrow{AK}$ ← *Je multiplie ses deux membres par 3.*

équivalences successives $\Leftrightarrow$ $3\,(\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}\,) = 2\,(\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BL} + \overrightarrow{LK}\,)$ ← *J'applique la relation de Chasles à gauche et à droite.*

$\Leftrightarrow$ $3\,\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{BG} = 2\,\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{BL} + 2\,\overrightarrow{LK}$ ← *Je développe.*

3. ◆ $3\,\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{BG} = 2\,\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{BL} + 2\,\overrightarrow{LK}$

$\Leftrightarrow$ $3\,\overrightarrow{BG} = 2\,\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{BL} + 2\,\overrightarrow{LK} - 3\,\overrightarrow{AB}$ ← *J'élimine le* $3\,\overrightarrow{AB}$ *avec un* $-3\,\overrightarrow{AB}$.

$\Leftrightarrow$ $3\,\overrightarrow{BG} = 2\,\overrightarrow{BL} + 2\,\overrightarrow{LK} - \overrightarrow{AB}$ ← $2\,\overrightarrow{AB} - 3\,\overrightarrow{AB}$ *font* $-\,\overrightarrow{AB}$.

$\Leftrightarrow$ $3\,\overrightarrow{BG} = 2\,\overrightarrow{BL} + \overrightarrow{0}$ car, d'après la question **1.**, $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{LK}$

$\Leftrightarrow$ $3\,\overrightarrow{BG} = 2\,\overrightarrow{BL}$

◆ On en déduit que $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{BL}$

et donc que G aux $\frac{2}{3}$ de la médiane $[BL]$ en partant de B .

4. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AG}$

$= 3\,\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}$

$= 3\,\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{KA}$

$= 3\,\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{CK} + 2\,\overrightarrow{KA}$

$= 3\,\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{0} + 2\,\overrightarrow{KA}$ car K milieu de $[BC]$

$= 3\,\overrightarrow{AG} + 2\,\overrightarrow{KA}$

Or, d'après la question **2.**, $3\,\overrightarrow{AG} = 2\,\overrightarrow{AK}$.

On en déduit :

$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = 2\,\overrightarrow{AK} + 2\,\overrightarrow{KA} = \overrightarrow{0}$.

Quod erat demonstrandum.