

## **Savoir TRANSFORMER UNE COMPARAISON PAR OPÉRATIONS ET RÉSOUDRE UNE INÉQUATION**

### Ce qu'il faut savoir

- **Quelles opérations inversent une comparaison**

Si  $X < Y$ ,

alors  $X \times a > Y \times a$  pour tout réel  $a$  **négatif** : la multiplication par un négatif inverse une comparaison,

$\frac{X}{a} > \frac{Y}{a}$  pour tout réel  $a$  **négatif** : la division par un négatif inverse une comparaison,

$-X > -Y$  car passer à l'opposé, c'est multiplier par  $-1$ .

- **Quelles opérations ne changent pas une comparaison**

Si  $X < Y$ ,

alors  $X + a < Y + a$  pour tout réel  $a$  : l'addition ne change pas une comparaison,

$X - a < Y - a$  pour tout réel  $a$  : la soustraction ne change pas une comparaison,

$X \times a < Y \times a$  pour tout réel  $a$  **positif** : la multiplication par un positif ne change pas une comparaison,

$\frac{X}{a} < \frac{Y}{a}$  pour tout réel  $a$  **positif** : la division par un positif ne change pas une comparaison.

Remarque : Mêmes principes en partant de  $X > Y$ , de  $X \leq Y$  ou de  $X \geq Y$ .

### Ce qu'il faut savoir faire

- **Résoudre une inéquation du 1<sup>er</sup> degré**

1) Mêmes techniques que pour les équations :

on isole  $x$  en supprimant les opérations avec des opérations contraires successives.

Mais attention aux multiplications et divisions par un négatif qui inversent la comparaison.

2) Une fois qu'on a isolé  $x$ ,

on traduit  $x < \dots$ , ou  $x \leq \dots$ , ou  $x \geq \dots$  par un ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

- **Résoudre un système d'inéquations**

1) On isole  $x$  dans chaque inéquation.

2) Si les inéquations sont liées par un « et » (ou une accolade), l'ensemble des solutions est l'intersection des intervalles, notée avec le symbole  $\cap$  puis simplifiable.

Si les inéquations sont liées par un « ou », l'ensemble des solutions est l'union des intervalles, notée avec le symbole  $\cup$  et pas toujours simplifiable si les intervalles sont disjoints.

Remarque : N'hésitez pas à faire un graphique pour mieux voir l'intersection ou l'union des intervalles.

- **Transformer un encadrement**

- 1<sup>ère</sup> situation : On donne un encadrement d'une expression fonction de  $x$ , il faut trouver un encadrement de  $x$  en l'isolant par opérations successives.

- 2<sup>ème</sup> situation : On donne un encadrement de  $x$ , il faut trouver un encadrement d'une expression fonction de  $x$  par opérations successives.

Dans les deux situations, on transforme par opérations successives sur les trois membres de l'encadrement. Et toujours attention aux inversions de comparaisons.

### Remarque sur les exercices

- L'exercice ① propose des inéquations.
- L'exercice ② propose des systèmes d'inéquations.
- Les exercices ③ et ④ travaillent sur des encadrements.

① Résoudre les inéquations suivantes :

a.  $5 - 3x \leq 14$

b.  $-2 + 7x < 1$

c.  $\sqrt{2} - x \leq 0$

d.  $\frac{x}{3} - 4 \geq 1$

e.  $1 - \frac{x}{5} > -3$

f.  $1 - \frac{x}{5} > -3$

g.  $3 - 7x < -2x + 10$

h.  $5 + x \leq 9 - 5x$

i.  $x \times 10^5 + 2 \times 10^{11} \geq 1,9 \times 10^{12}$

j.  $\frac{5x - 3}{4} \leq \frac{1 + 5x}{3}$

② Résoudre les systèmes d'inéquations suivants :

a.  $\begin{cases} 2x - 8 \leq -10 \\ 1 - 5x < 11 \end{cases}$

b.  $\begin{cases} -3x + 1 < 5x - 4 \\ x + 3 \geq 6(1 - x) \end{cases}$

c.  $\begin{cases} 3(x - 2) \geq x + 4 \\ -3x + 1 \geq -14 \end{cases}$

d.  $\begin{cases} \sqrt{3} - x \geq 1 \\ 5(x - 1) \geq x - 2 \end{cases}$

e.  $\begin{cases} 5000 + 4x > 6x - 2000 \\ 5x - 7000 < x + 10000 \end{cases}$

f.  $-1 - 3x \geq 20$  ou  $7x - 1 \geq 19 - 3x$

g.  $10x - 0,2 > 1$  ou  $3x + 1,5 \leq 2 - x$

h.  $\begin{cases} 44 - 10x \leq -3(11 + 7x) \text{ ou } 2x + 50 \leq 10(x - 7) \\ 15(x - 10) < 10x \text{ ou } -6x + 100 > 10 - x \end{cases}$

à résoudre dans  $\mathbb{R}^+$  (c'est-à-dire  $[0; +\infty[$ ).

③ a. Sachant que  $43 \leq 2a - 7 \leq 71$ , donner un encadrement du réel  $a$ .

b. Sachant que  $-152 < 1 - 3y < 412$ , donner un encadrement du réel  $y$ .

c. Sachant que  $2,75 < \frac{17 - m}{3} < 4,20$ , donner un encadrement de l'entier  $m$ .

En déduire l'encadrement par des entiers, puis les valeurs possibles de  $m$ .

④ Sachant que  $3,1 < \pi < 3,2$ , donner un encadrement des expressions suivantes :

$$A = 2\pi - 1 \quad ; \quad B = 3 - 5\pi \quad ; \quad C = 3(\pi + 2) \quad ; \quad D = \frac{5 - \pi}{2}.$$

⑤ Un cinéma propose deux tarifs.

Tarif 1 : 7,50 € la place.

Tarif 2 : 5,25 € la place sur présentation d'une carte d'abonnement de 25 € valable un an.

On désigne par  $x$  le nombre de places achetées au cours d'une année.

On note  $P_1$  le prix payé avec le tarif 1 et  $P_2$  le prix payé avec le tarif 2.

a) Calculer  $P_1$  et  $P_2$  pour 8 places achetées au cours d'une année.

b) Exprimer  $P_1$  et  $P_2$  en fonction de  $x$ .

c) Exprimer par une inéquation qu'on paie moins cher avec le tarif 2 qu'avec le tarif 1.

En déduire pour quels nombres de places on a intérêt à s'abonner.

⑥ Pour quelles valeurs de  $x$  le périmètre du rectangle A est-il supérieur à celui du rectangle B ?

