Correction de 2de - FONCTIONS DE RÉFÉRENCE - Fiche 1

① *Pour qu'une fonction soit affine, il faut que son expression puissent s'écrire sous la forme* $ax + b$.
Il faut trouver un nombre fixe a *qui multiplie* x *puis un nombre fixe* b *qu'on ajoute.*

- $f_1(x) = -5x + 11$
  donc f_1 est affine avec pour coefficient directeur -5 et pour ordonnée à l'origine 11 .

- $f_2(x) = 2{,}9 + 0{,}1x = 0{,}1x + 2{,}9$ → *Il suffit de changer l'ordre des deux termes.*
  donc f_2 est affine avec pour coefficient directeur $0{,}1$ et pour ordonnée à l'origine $2{,}9$.

- $f_3(x) = \dfrac{x}{3} + \dfrac{2}{7} = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{7}$ → *Diviser par* 3 *, c'est multiplier par* $\dfrac{1}{3}$.
  donc f_3 est affine avec pour coefficient directeur $\dfrac{1}{3}$ et pour ordonnée à l'origine $\dfrac{2}{7}$.

- $f_4(x) = x^2 - 1$
  donc f_4 n'est pas affine. → *Car, pour faire* x^2 *, on a multiplié* x *par lui-même et ce n'est as un nombre fixe.*

- $f_5(x) = 2 - 3x = -3x + 2$ → *Il suffit de changer l'ordre des deux termes.*
  donc f_5 est affine avec pour coefficient directeur -3 et pour ordonnée à l'origine 2 .

- $f_6(x) = \dfrac{5}{x} + 4$ → *Car on divise par* x .
  donc f_6 n'est pas affine.

- $f_7(x) = 7x = 7x + 0$
  donc f_7 est affine avec pour coefficient directeur 7 et pour ordonnée à l'origine 0 .

- $f_8(x) = 520 = 0x + 520$
  donc f_8 est affine avec pour coefficient directeur 0 et pour ordonnée à l'origine 520 .

- $f_9(x) = 2\,(\,x + 4\,) = 6x + 8$ → *Il suffit de développer.*
  donc f_9 est affine avec pour coefficient directeur 6 et pour ordonnée à l'origine 8 .

- $f_{10}(x) = (\,3x + 4\,)^2 = 9x^2 + 24x + 16$ → *En développant, on voit apparaître un* x^2 .
  donc f_{10} n'est pas affine.

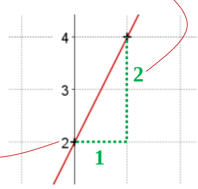
- $f_{11}(x) = -x = (-1)\,x + 0$
  donc f_{11} est affine avec pour coefficient directeur -1 et pour ordonnée à l'origine 0 .

- $f_{12}(x) = \dfrac{6x + 5}{3} = \dfrac{6x}{3} + \dfrac{5}{3} = 2x + \dfrac{5}{3}$
  donc f_{12} est affine avec pour coefficient directeur 2 et pour ordonnée à l'origine $\dfrac{5}{3}$.

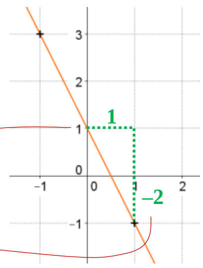
② *Pour qu'une fonction soit affine, il faut que sa représentation graphique soit une droite.*
On trouve l'ordonnée à l'origine b *à l'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.*
Puis on trouve le coefficient directeur a *avec la méthode de l'escalier.*

1.

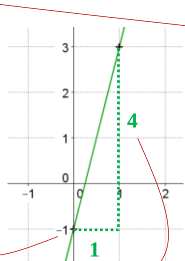
- $\mathscr{C}_{f_1}$ est une droite
  donc f_1 est affine avec pour coefficient directeur 2 et pour ordonnée à l'origine 2
  donc $f_1(x) = 2x + 2$.



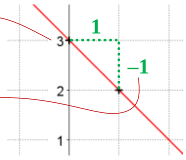
- $\mathscr{C}_{f_2}$ est une droite
  donc f_2 est affine avec pour coefficient directeur -2 et pour ordonnée à l'origine 1
  donc $f_2(x) = -2x + 1$.



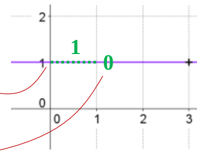
- $\mathscr{C}_{f_3}$ est une droite
  donc f_3 est affine avec pour coefficient directeur 4 et pour ordonnée à l'origine -1
  donc $f_3(x) = 4x - 1$.



- $\mathscr{C}_{f_4}$ est une droite
  donc f_4 est affine avec pour coefficient directeur -1 et pour ordonnée à l'origine 3
  donc $f_4(x) = -x + 3$.

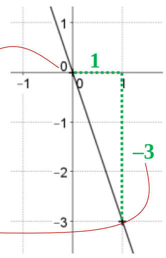


- $\mathscr{C}_{f_5}$ est une droite parallèle à l'axe des abscisses
  donc f_5 est affine constante avec pour coefficient directeur 0 et pour ordonnée à l'origine 1
  donc $f_5(x) = 1$.



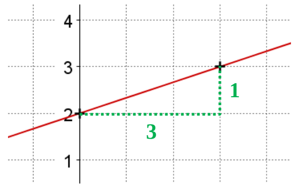
- $\mathscr{C}_{f_6}$ n'est pas une droite
  donc f_6 n'est pas affine.

- $\mathscr{C}_{f_7}$ est une droite qui passe par l'origine
  donc f_7 est affine linéaire avec pour coefficient directeur -3 et pour ordonnée à l'origine 0
  donc $f_7(x) = -3x$.



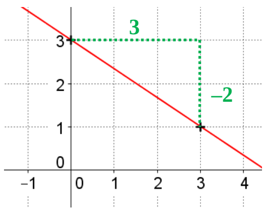
2.

- $\mathscr{C}_{f_1}$ est une droite
  donc f_1 est affine avec pour coefficient directeur $\frac{1}{3}$ et pour ordonnée à l'origine 2
  donc $f_1(x) = \frac{1}{3}x + 2$ (ou $\frac{x}{3} + 2$).

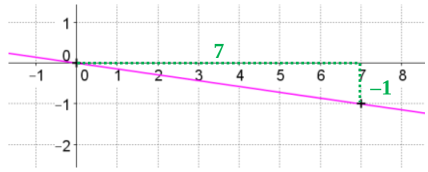


On a avancé 3 fois trop, donc le coefficient directeur n'est pas 1 mais $\frac{1}{3}$.

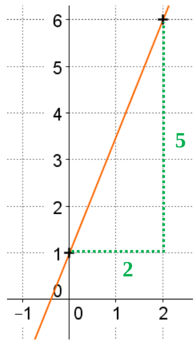
- $\mathscr{C}_{f_2}$ est une droite
  donc f_2 est affine avec pour coefficient directeur $\frac{-2}{3}$ et pour ordonnée à l'origine 3
  donc $f_2(x) = -\frac{2}{3}x + 3$ (ou $\frac{-2x}{3} + 3$).



- $\mathscr{C}_{f_3}$ est une droite qui passe par l'origine
  donc f_3 est affine linéaire avec pour coefficient directeur $\frac{-1}{7}$ et pour ordonnée à l'origine 0
  donc $f_3(x) = 4x - 1$.

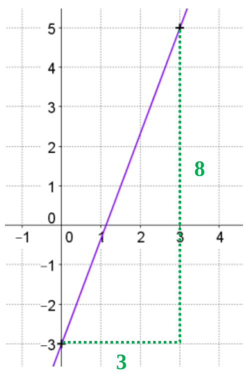


- $\mathscr{C}_{f_4}$ est une droite
  donc f_4 est affine avec pour coefficient directeur $\frac{5}{2}$ et pour ordonnée à l'origine 1
  donc $f_4(x) = \frac{5}{2}x + 1$ (ou $\frac{5x}{2} + 1$ ou $2{,}5x + 1$).

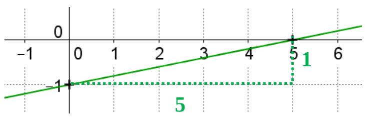


- $\mathscr{C}_{f_5}$ n'est pas une droite
  donc f_5 n'est pas affine.

- $\mathscr{C}_{f_6}$ est une droite
  donc f_6 est affine avec pour coefficient directeur $\frac{8}{3}$ et pour ordonnée à l'origine -3 .
  donc $f_5(x) = \frac{8}{3}x - 3$.



- $\mathscr{C}_{f_7}$ est une droite
  donc f_7 est affine avec pour coefficient directeur $\frac{1}{5}$ et pour ordonnée à l'origine -1 .
  donc $f_7(x) = \frac{1}{5}x - 1$ (ou $0{,}2x + 1$).



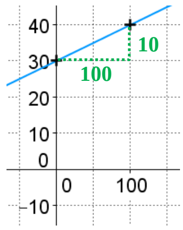
- Le coefficient directeur de f_4 est $\frac{5}{2} = 2{,}5$ et le coefficient directeur de f_6 est $\frac{8}{3} = 2{,}66...$
  donc les coefficients directeurs de f_4 et f_6 sont différents
  donc $\mathscr{C}_{f_4}$ et $\mathscr{C}_{f_6}$ ne sont pas parallèles.

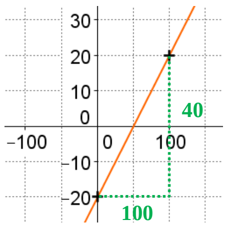
---

3. ◆ $\mathscr{C}_{f_1}$ est une droite

donc f_1 est affine avec pour coefficient directeur $\dfrac{10}{100} = 0{,}1$ et pour ordonnée à l'origine 30

donc $f_1(x) = 0{,}1\,x + 30$.

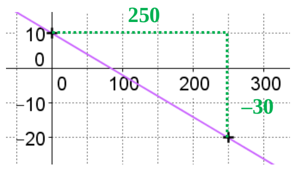




◆ $\mathscr{C}_{f_2}$ est une droite

donc f_2 est affine avec pour coefficient directeur $\dfrac{40}{100} = 0{,}4$ et pour ordonnée à l'origine -20

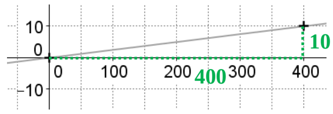
donc $f_2(x) = 0{,}4\,x - 20$.



◆ $\mathscr{C}_{f_3}$ est une droite

donc f_3 est affine avec pour coefficient directeur $\dfrac{-30}{250} = -0{,}12$ et pour ordonnée à l'origine 10

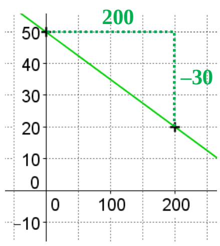
donc $f_3(x) = -0{,}12\,x + 10$.



◆ $\mathscr{C}_{f_4}$ est une droite qui passe par l'origine

donc f_4 est affine linéaire avec pour coefficient directeur $\dfrac{10}{400} = 0{,}025$ et pour ordonnée à l'origine 0

donc $f_4(x) = 0{,}025\,x$.



◆ $\mathscr{C}_{f_5}$ est une droite

donc f_5 est affine avec pour coefficient directeur $\dfrac{-30}{200} = -0{,}15$ et pour ordonnée à l'origine 50

donc $f_5(x) = -0{,}15\,x + 50$.

---

③ **1.** **a.** $a = \dfrac{f(21) - f(15)}{21 - 15} = \dfrac{43 - 25}{6} = 3$

b. $f\,(15) = a{\times}15 + b$

$\Leftrightarrow \; 25 = 3{\times}15 + b$

$\Leftrightarrow \; b = 25 - 45$

$\Leftrightarrow \; b = -20$

c. On en déduit $f(x) = 3x - 15$.

On trouve exactement la même valeur de b avec l'autre image :

$f\,(21) = a{\times}21 + b$

$\Leftrightarrow \; 43 = 3{\times}21 + b$

$\Leftrightarrow \; b = 43 - 63$

$\Leftrightarrow \; b = -20$

---

2. ◆ Calcul du coefficient directeur a :

$$a = \frac{g(10) - g(-3)}{10 - (-3)} = \frac{-43 - 22}{13} = -5$$

◆ Calcul de l'ordonnée à l'origine b :

$g(10) = a{\times}10 + b$

$\Leftrightarrow \; -43 = -5{\times}10 + b$

$\Leftrightarrow \; b = -43 + 50$

$\Leftrightarrow \; b = 7$

Conclusion : $g(x) = -5x + 7$.

---

3. ◆ Calcul du coefficient directeur a :

$$a = \frac{h(50) - h(8)}{50 - 8} = \frac{16 - 1{,}3}{42} = 0{,}35$$

◆ Calcul de l'ordonnée à l'origine b :

$h(50) = a{\times}50 + b$

$\Leftrightarrow \; 16 = 0{,}35{\times}50 + b$

$\Leftrightarrow \; b = 16 - 3{,}5$

$\Leftrightarrow \; b = -1{,}5$

Conclusion : $h(x) = 0{,}35\,x - 1{,}5$.

---

4. ◆ Calcul du coefficient directeur a :

$$a = \frac{F(60) - F(6)}{60 - 6} = \frac{140 - 104}{54} = \frac{36}{54} = \frac{2}{3}$$

→ Attention à ne pas utiliser une valeur approchée comme $0{,}67$!

- Calcul de l'ordonnée à l'origine b :

$F(6) = a\times 6 + b$

$\Leftrightarrow \quad 104 = \frac{2}{3}\times 6 + b$

$\Leftrightarrow \quad b = 104 - 4$

$\Leftrightarrow \quad b = 100$

Conclusion : $F(x) = \frac{2}{3}x + 100$.

---

5. D'après le graphique, $G(1,5) = 4,6$ et $G(3,5) = 7,4$.

On continue comme dans les exercices précédents et on trouve $G(x) = 1,4x + 2,5$.

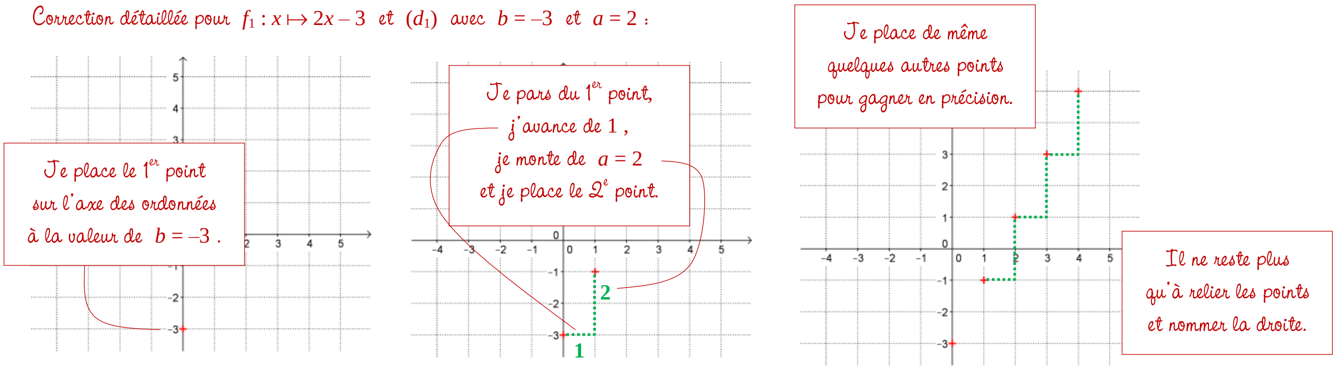
---

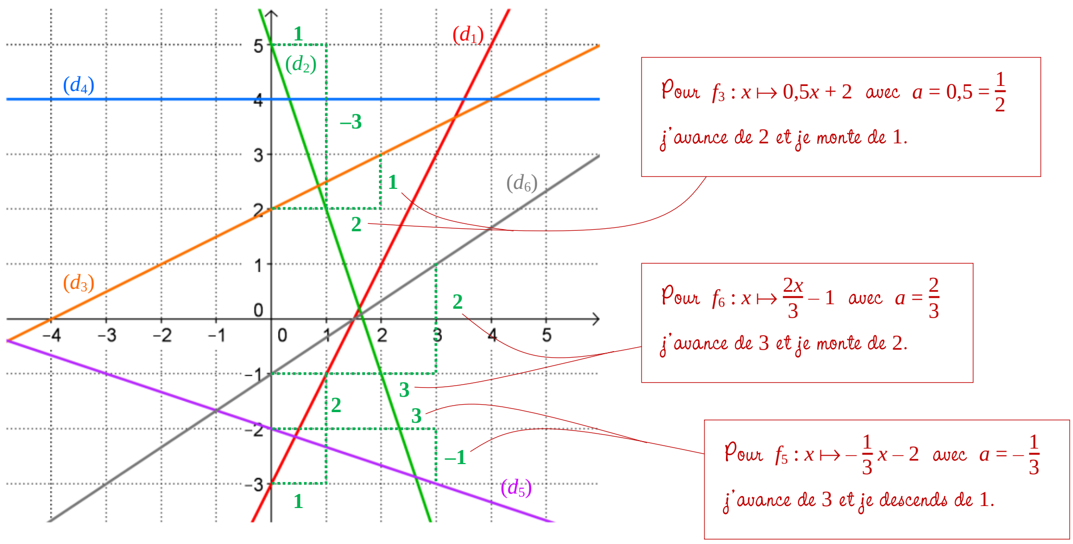
6. La représentation graphique de φ passe par les points $M\,(\,5\,;-70\,)$ et $N\,(\,-10\,;275\,)$ donc, $\varphi(5) = -70$ et $\varphi(-10) = 275$.

On continue comme dans les exercices précédents et on trouve $\varphi(x) = -23x + 45$.

---

④ **1.** Correction détaillée pour $f_1 : x \mapsto 2x - 3$ et (d_1) avec $b = -3$ et $a = 2$:





2.
- Il faut trouver une abscisse entre -4 et 5 qui donne une image entière et qui entre dans la fenêtre, donc entre -3 et 5...

On peut tâtonner et calculer $f_1(-4)$, $f_1(-3)$, $f_1(-2)$, etc. mais c'est fastidieux...

On peut aussi réfléchir !

Avec 10 comme valeur de b , même avec $x = 0$, ça sort de la fenêtre.

Il nous faut des abscisses négatives qui diminuent ce 10 :

$$\begin{cases} f_1(-4) = 3\times(-4) + 10 = -12 + 10 = -2 & \longrightarrow \text{C'est parfait, } -2 \text{ est une ordonnée qui est dans la fenêtre.} \\ f_1(-3) = 3\times(-3) + 10 = -9 + 10 = 1 & \longrightarrow \text{En voilà un deuxième...} \end{cases}$$

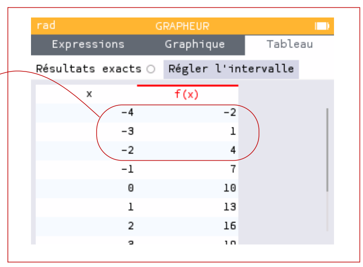
donc (d_1) passe par les points $(\,-4\,;-2\,)$ et $(\,-3\,;1\,)$.

On sent bien que la recherche des bonnes abscisses peut prendre du temps.

Une astuce est de faire un tableau de valeurs à la calculatrice.

On voit ci-contre que les seules bonnes abscisses sont -4 , -3 et -2 .

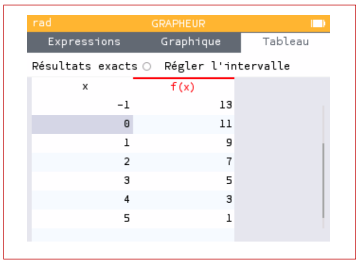
D'ailleurs, on obtient le point $(\,-2\,;4\,)$ qui est plus éloigné de $(\,-4\,;-2\,)$ et donc plus précis.



- *Pour éviter le tableau de valeurs, on peut réfléchir.*
  Grâce au $a = -2$ *négatif, il nous faut des abscisses positives qui diminuent le 11.*

  $$\begin{cases} f_2(3) = -2\times3 + 11 = 5 \\ f_2(5) = -2\times5 + 11 = 1 \end{cases}$$

  donc (d_2) passe par les points $(3\,;5)$ et $(5\,;1)$.

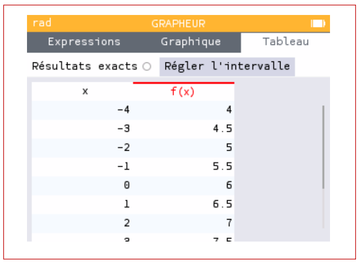


x	f(x)
-1	13
0	11
1	9
2	7
3	5
4	3
5	1

- *Avec* $a = 0{,}5$ *décimal, il nous faut des abscisses paires.*
  Mais il n'y en a que deux qui fonctionnent bien :

  $$\begin{cases} f_3(-4) = 0{,}5\times(-4) + 6 = 4 \\ f_3(-2) = 0{,}5\times(-2) + 6 = 5 \end{cases}$$

  donc (d_3) passe par les points $(-4\,;4)$ et $(-2\,;5)$.



x	f(x)
-4	4
-3	4.5
-2	5
-1	5.5
0	6
1	6.5
2	7

- *Avec le même* $a = 0{,}5$ *, les abscisses paires ne nous arrangent pas car il y a* $b = -4{,}5$ *.*
  Il nous en faut des impaires…

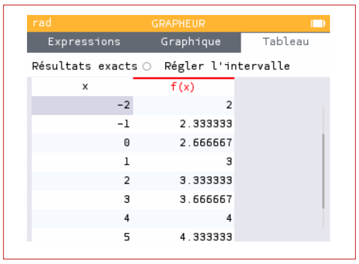
  $$\begin{cases} f_4(3) = 0{,}5\times3 - 4{,}5 = -3 \\ f_4(5) = 0{,}5\times5 - 4{,}5 = -2 \end{cases}$$

  donc (d_4) passe par les points $(3\,;-3)$ et $(5\,;-2)$.

- *Ah, des fractions…*
  Avec $a = \frac{1}{3}$*, une abscisse multiple de 3 pourrait être une bonne idée.*
  Mais $b = \frac{8}{3}$ *vient nous embêter aussi :* $f_5(3) = \frac{1}{3}\times3 + \frac{8}{3} = 1 + \frac{8}{3} = \frac{11}{3}$ …
  Il nous faut en fait une abscisse qui donne des tiers mais qui, additionnés aux 8 tiers, donnent un nombre de tiers multiple de 3 !
  Le tableau de valeurs montre qu'il n'y en a que trois :

  $$\begin{cases} f_5(-2) = \frac{1}{3}\times(-2) + \frac{8}{3} = \frac{6}{3} = 2 \\ f_5(4) = \frac{1}{3}\times4 + \frac{8}{3} = \frac{12}{3} = 4 \end{cases}$$

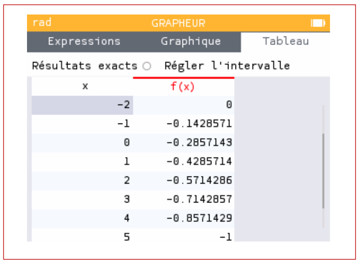
  donc (d_5) passe par les points $(-2\,;2)$ et $(4\,;4)$.



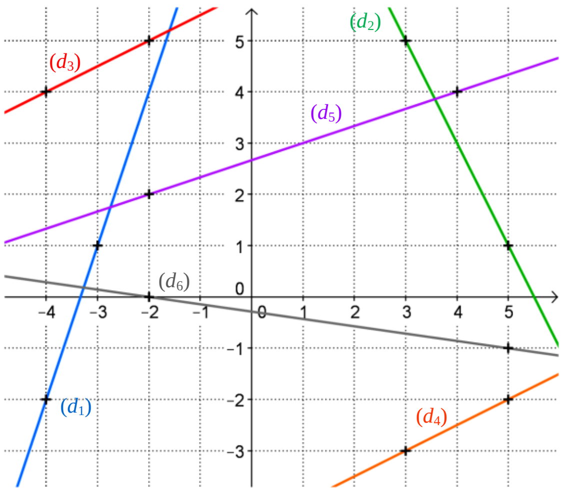
x	f(x)
-2	2
-1	2.333333
0	2.666667
1	3
2	3.333333
3	3.666667
4	4
5	4.333333

- $$\begin{cases} f_6(-2) = -\frac{1}{7}\times(-2) - \frac{2}{7} = 0 \\ f_6(5) = -\frac{1}{7}\times5 - \frac{2}{7} = \frac{-7}{7} = -1 \end{cases}$$

  donc (d_6) passe par les points $(-2\,;0)$ et $(5\,;-1)$.



x	f(x)
-2	0
-1	-0.1428571
0	-0.2857143
1	-0.4285714
2	-0.5714286
3	-0.7142857
4	-0.8571429
5	-1



3.

- $\begin{cases} f(-10) = 10\times(-10) + 100 = 0 \\ f(20) = 10\times 20 + 100 = 300 \end{cases}$

  donc $\mathscr{C}_f$ est la droite qui passe par les points $(-10\,;0)$ et $(20\,;300)$.

- $\begin{cases} g(-10) = -10\times(-10) + 400 = 500 \\ g(20) = -10\times 20 + 400 = 200 \end{cases}$

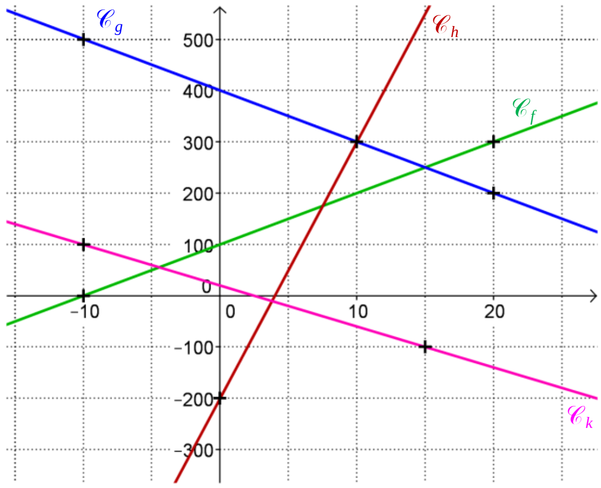
  donc $\mathscr{C}_g$ est la droite qui passe par les points $(-10\,;500)$ et $(20\,;200)$.

- $\begin{cases} h(0) = 50\times 0 - 200 = -200 \\ h(10) = 50\times 10 - 200 = 300 \end{cases}$

  donc $\mathscr{C}_h$ est la droite qui passe par les points $(0\,;-200)$ et $(10\,;300)$.

- $\begin{cases} k(-10) = -8\times(-10) + 20 = 100 \\ k(15) = -8\times 15 + 20 = -100 \end{cases}$

  donc $\mathscr{C}_k$ est la droite qui passe par les points $(-10\,;100)$ et $(15\,;-100)$.



4.

- $\begin{cases} f(-200) = 0{,}1\times(-200) - 20 = -40 \\ f(500) = 0{,}1\times 500 - 20 = 30 \end{cases}$

  donc $\mathscr{C}_f$ est la droite qui passe par les points $(-200\,;-40)$ et $(500\,;30)$.

- $\begin{cases} g(0) = -0{,}2\times 0 + 40 = 40 \\ g(400) = -0{,}2\times 400 + 40 = -40 \end{cases}$

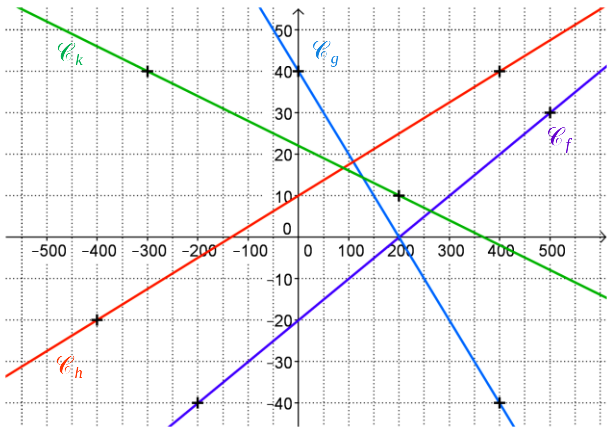
  donc $\mathscr{C}_g$ est la droite qui passe par les points $(0\,;40)$ et $(400\,;-40)$.

- $\begin{cases} h(-400) = 0{,}075\times 400 + 10 = -20 \\ h(400) = 0{,}075\times 400 + 10 = 40 \end{cases}$

  donc $\mathscr{C}_h$ est la droite qui passe par les points $(-400\,;-20)$ et $(400\,;40)$.

- $\begin{cases} k(-300) = -0{,}06\times(-300) + 22 = 40 \\ k(200) = -0{,}06\times 200 + 22 = 10 \end{cases}$

  donc $\mathscr{C}_k$ est la droite qui passe par les points $(-300\,;40)$ et $(200\,;10)$.



⑤ ***a)*** <u>Pour l'énergie</u> :

62,59 milliards d'euros en 2007 et 55,47 milliards d'euros en 2015

donc $E(7) = 62{,}59$ et $E(15) = 55{,}47$

<u>Pour la location</u> :

201,46 milliards d'euros en 2011 et 235,2 milliards d'euros en 2018

donc $L(11) = 201{,}46$ et $L(18) = 235{,}2$

b)

- Calcul du coefficient directeur a :

  $$a = \frac{E(15) - E(7)}{15 - 7} = \frac{55{,}47 - 62{,}59}{8} = -0{,}89$$

- Calcul de l'ordonnée à l'origine b :

  $E(7) = a\times 7 + b$

  $\Leftrightarrow\ 62{,}59 = -0{,}89\times 7 + b$

  $\Leftrightarrow\ b = 62{,}59 + 6{,}23$

  $\Leftrightarrow\ b = 68{,}82$

Conclusion : $E(t) = -0{,}89\,t + 68{,}82$.

- Calcul du coefficient directeur c :

  $$c = \frac{L(18) - L(11)}{18 - 11} = \frac{235{,}2 - 201{,}46}{7} = 4{,}82$$

- Calcul de l'ordonnée à l'origine d :

  $L(11) = c\times 11 + d$

  $\Leftrightarrow\ 201{,}46 = 4{,}82\times 11 + d$

  $\Leftrightarrow\ d = 201{,}46 - 53{,}02$

  $\Leftrightarrow\ d = 148{,}44$

  Conclusion : $L(t) = 4{,}82\,t + 148{,}44$.

c) $\begin{cases} E(25) = -0{,}89\times 25 + 68{,}82 = 46{,}57 \\ L(25) = 4{,}82\times 25 + 148{,}44 = 268{,}94 \end{cases}$

$46{,}57 + 268{,}94 = 315{,}51$

Donc, on peut estimer la dépense totale en énergie et pour la location en 2025.

⑥ On réchauffe régulièrement une quantité d'azote liquide à une température initiale de –170°C.
La température θ augmente de manière affine en fonction du temps t en secondes.
Au bout de 1 minute 20 secondes, elle vaut –100°C.

a) La température initiale est de –170°C
donc $\theta(0) = -170$.

Au bout de 1 minute 20 secondes = 80 secondes, elle vaut –100°C
donc $\theta(80) = -100$.

Calcul du coefficient directeur a :

$$a = \frac{\theta(80) - \theta(0)}{80 - 0} = \frac{-100 - (-170)}{80} = 0{,}875$$

$\theta(0) = -170$ donc l'ordonnée à l'origine b vaut -170 .

Conclusion : $\theta(t) = 0{,}875\,t - 170$.

b) 2 minutes 40 secondes = 160 secondes
$\theta(160) = 0{,}875\times160 - 170 = -30$

Donc, la température au bout de 2 minutes 40 secondes est de –30°C.