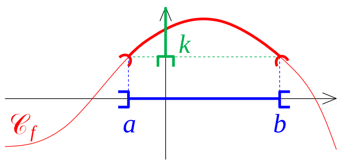
Savoir RÉSOUDRE GRAPHIQUEMENT UNE INÉQUATION DE LA FORME $f(x) < k$ OU DE LA FORME $f(x) < g(x)$, FAIRE UN TABLEAU DE SIGNES

Ce qu'il faut savoir faire :

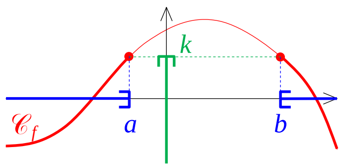
- **Résoudre graphiquement une inéquation $f(x) < k$ ou $f(x) \leqslant k$ ou $f(x) > k$ ou $f(x) \geqslant k$**
  - Comprenez que k est comparé à des **images** $f(x)$ donc il est sur le même axe, celui des **ordonnées**.
    et que les solutions remplacent des x, donc sont sur l'**axe des abscisses**.
  - 1) Sur l'**axe des ordonnées**, je traduis $f(x) < k$ par un intervalle $]-\infty\,;k[$
       ou $f(x) \leqslant k$ par un intervalle $]-\infty\,;k]$
       ou $f(x) > k$ par un intervalle $]k\,;+\infty[$
       ou $f(x) \geqslant k$ par un intervalle $[k\,;+\infty[$.

    Crochets ouverts en k pour $<$ et $>$.
    Crochets fermés en k pour $\leqslant$ et $\geqslant$.

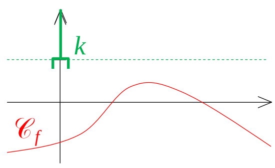
    2) Je rejoins horizontalement **tous les morceaux** de la **courbe**.
       Attention ! Il peut y en avoir plusieurs, vers la droite et vers la gauche. Et il peut ne pas y en avoir...
    3) Je rejoins verticalement **tous les intervalles de solutions** sur l'**axe des abscisses**.
    4) Je n'oublie pas de conclure avec $\mathscr{S}$ sous forme d'intervalle ou de réunion de plusieurs intervalles.



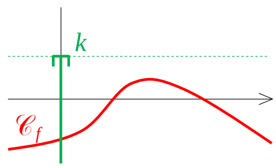
Pour $f(x) > k$, on a :
$\mathscr{S} =]\,a\,;b\,[$



Pour $f(x) \leqslant k$, on a :
$\mathscr{S} =]-\infty\,;a\,] \cup [\,b\,;+\infty[$



Pour $f(x) > k$, on a :
$\mathscr{S} = \varnothing$



Pour $f(x) \leqslant k$, on a :
$\mathscr{S} = \mathbb{R}$

  - On rappelle la **convention** passée : un énoncé montre une fenêtre graphique qui ne cache aucune information.

- **Résoudre graphiquement une inéquation $f(x) < g(x)$ ou $f(x) \leqslant g(x)$**
  - On n'aura pas besoin de l'axe des ordonnées !!!
  - 1) Je trouve **tous les points d'intersection** des deux **courbes**.
    2) Je repère **tous les morceaux de la courbe** $\mathscr{C}_f$ qui sont <u>en-dessous</u> de la **courbe** $\mathscr{C}_g$.
    3) Je rejoins horizontalement **tous les intervalles de solutions** sur l'**axe des abscisses**.

⚠ Les crochets sont ouverts pour $<$ et fermés pour $\leqslant$ (sauf en $-\infty$ et $+\infty$).

- **Faire graphiquement un tableau de signes d'une fonction**
  - Bien comprendre qu'une fonction est positive lorsque $f(x) > 0$.
    et qu'elle est négative lorsque $f(x) < 0$.
  - 1) Je trouve **tous les points d'intersection** de la **courbe** <u>avec l'axe des abscisses</u>.
       Cela me donne les **abscisses** où f est nulle.
    2) Je repère **tous les morceaux de la courbe** $\mathscr{C}_f$ qui sont <u>au-dessus</u> de l'axe des abscisses.
       Cela me donne les **intervalles** sur lesquels f est <u>positive</u>.
    3) Je repère **tous les morceaux de la courbe** $\mathscr{C}_f$ qui sont <u>en-dessous</u> de l'axe des abscisses.
       Cela me donne les **intervalles** sur lesquels f est <u>négative</u>.
    4) Je traduis tout ça par un tableau de la forme

x	$-\infty$		...		$+\infty$
signes de $f(x)$		$-$	0	$+$	

Remarque : Il peut y avoir plusieurs annulations :

x	$-\infty$		...		...		...		$+\infty$
signes de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Remarque : Il peut y avoir annulation sans changement de signes :

x	$-\infty$		...		$+\infty$
signes de $f(x)$		$+$	0	$+$	

Remarque : Il peut y avoir une valeur interdite :

On fait alors une **double barre**.

x	$-\infty$	...	$+\infty$
signes de $f(x)$	$+$	‖	$-$

Et il peut alors y avoir changement de signes sans annulation.

Remarque : Le domaine de définition peut ne pas aller de $-\infty$ à $+\infty$:

x	0	...	20
signes de $f(x)$	$-$	0	$+$

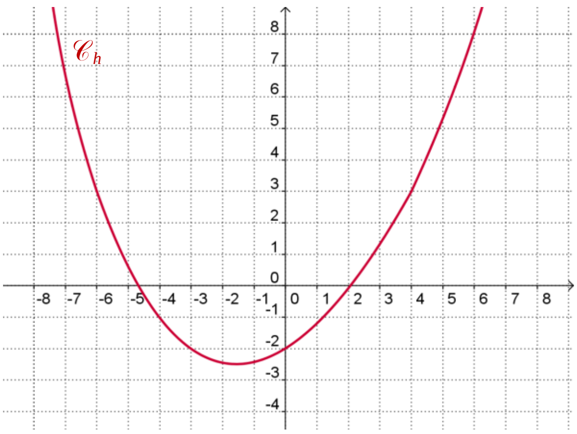
Remarques sur les exercices

- L'exercice ① est une série d'inéquations à résoudre graphiquement.
- L'exercice ② demande des tableaux de signes.

① **1.** Résoudre graphiquement :

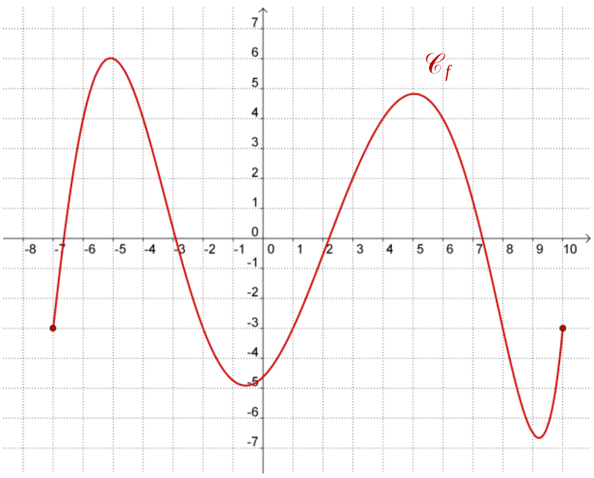
a. $h(x) \leqslant 3$ **b.** $h(x) > 3$ **c.** $h(x) \geqslant -2$

d. $h(x) < -2$ **e.** $-2 \leqslant h(x) < 3$



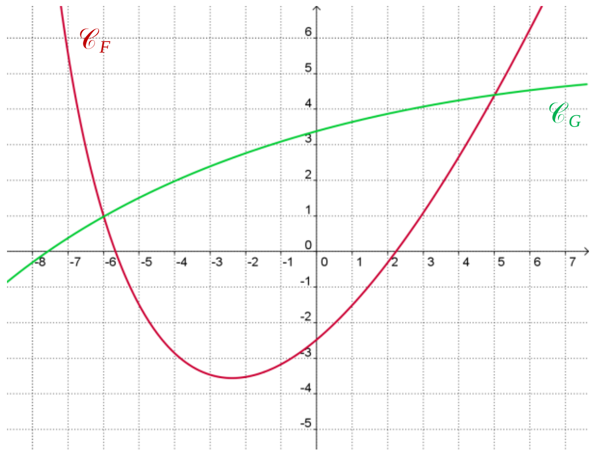
2. Résoudre graphiquement :

a. $f(x) \geqslant -3$ **b.** $-3 < f(x) < 4$ **c.** $f(x) \geqslant 7$

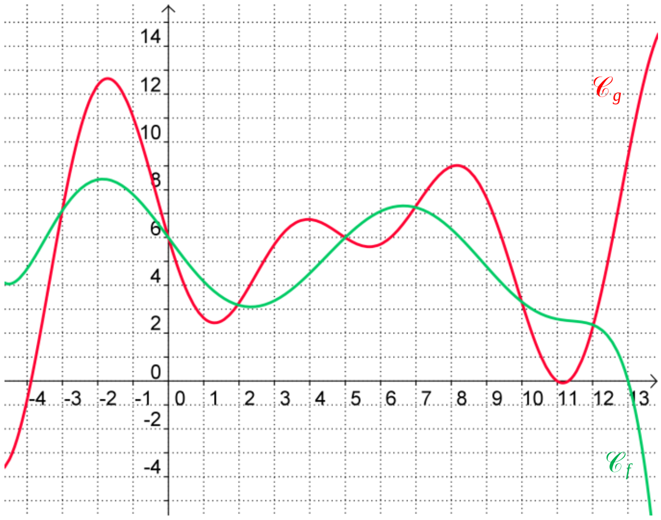


3. Résoudre graphiquement :

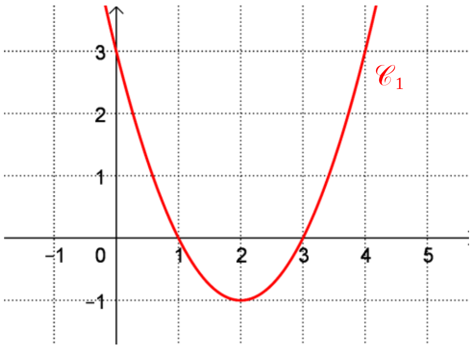
a. $F(x) \leqslant G(x)$ **b.** $F(x) < G(x)$ **c.** $F(x) \geqslant G(x)$

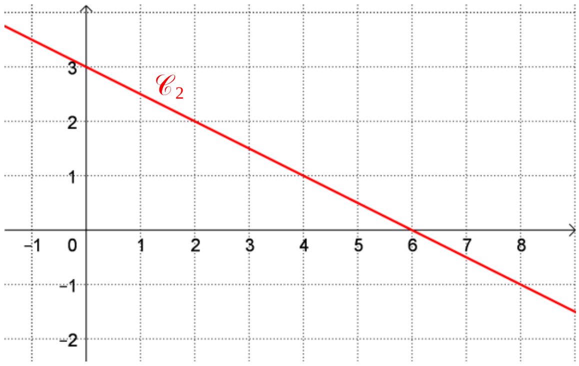


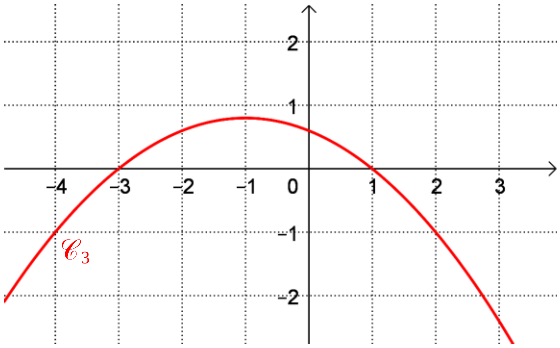
4. Résoudre graphiquement $f(x) \leqslant g(x)$.

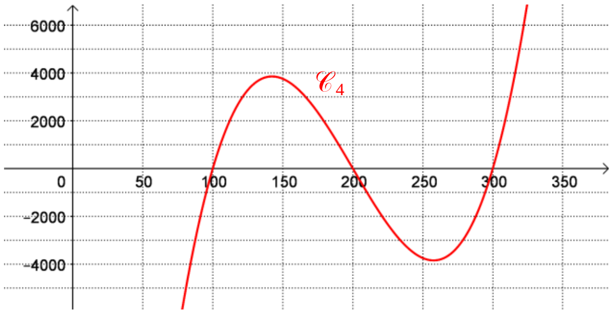


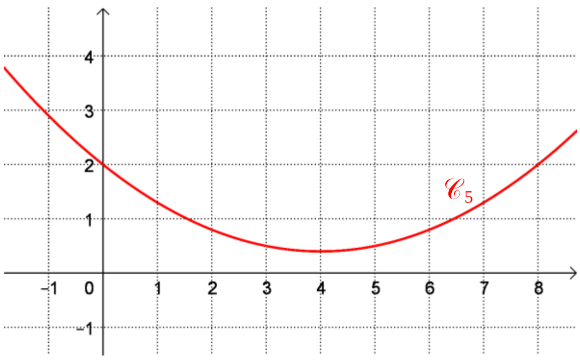
② Établir le tableau de signes des fonctions f_1 , f_2 , ... et f_{18} , dont les représentations graphiques sont données ci-dessous et nommées $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, ... et $\mathscr{C}_{18}$:

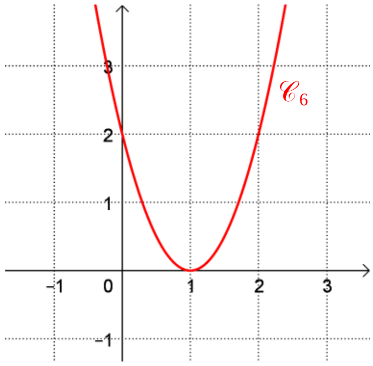


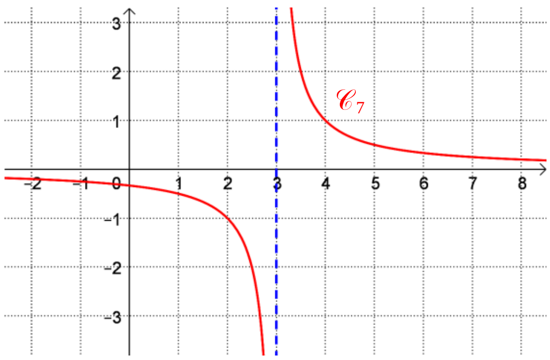


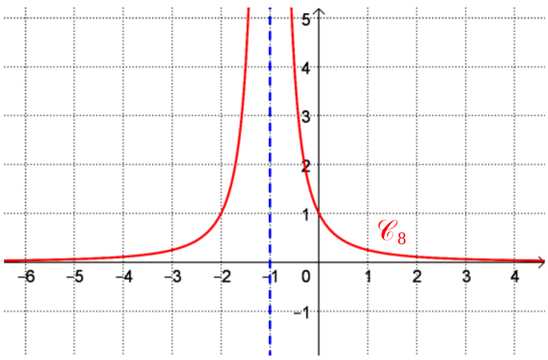


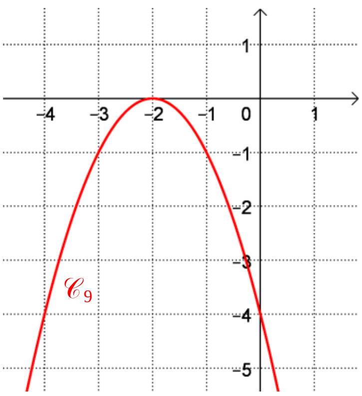


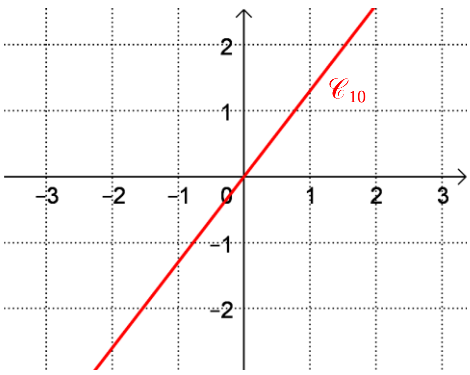


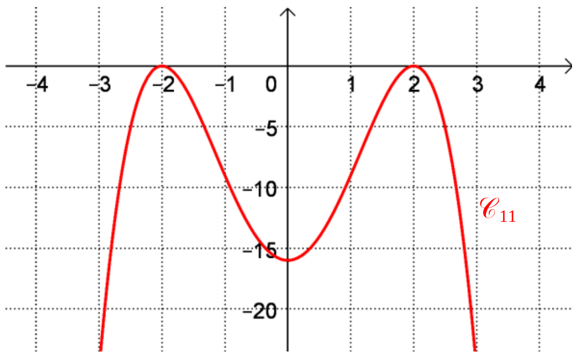


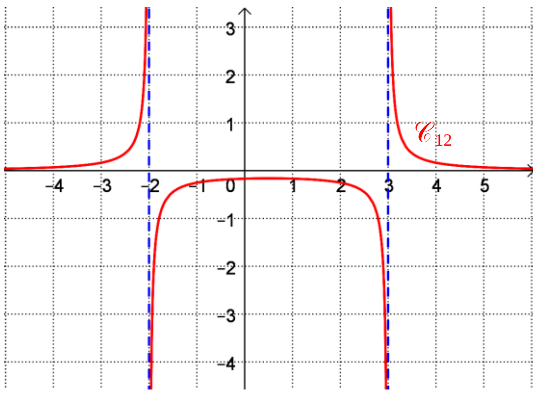


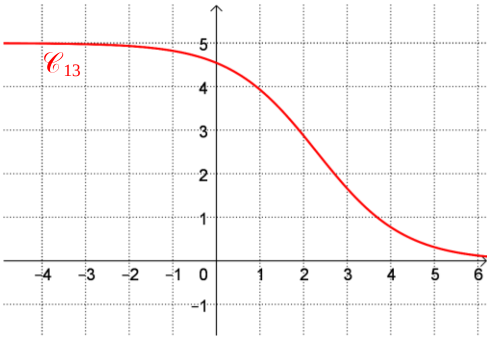


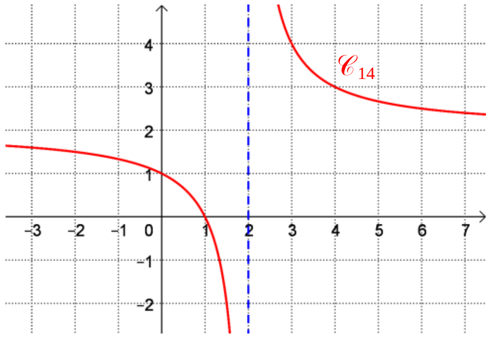


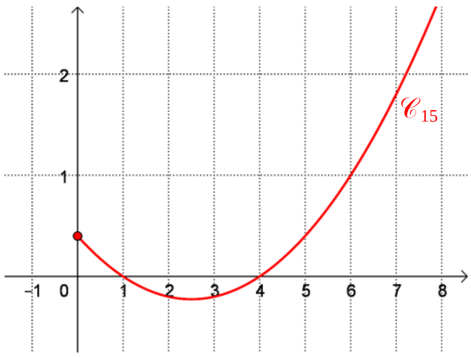


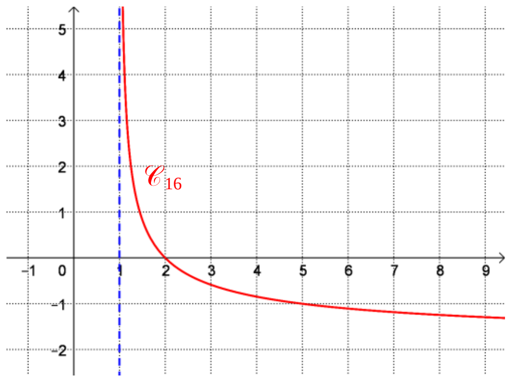

$\mathscr{C}_{11}$

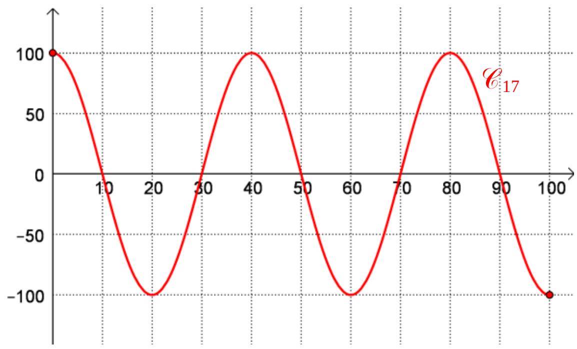

$\mathscr{C}_{12}$

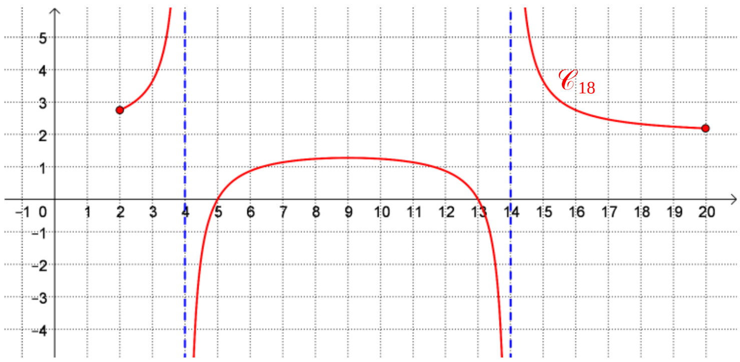

$\mathscr{C}_{13}$


$\mathscr{C}_{14}$


$\mathscr{C}_{15}$


$\mathscr{C}_{16}$


$\mathscr{C}_{17}$


$\mathscr{C}_{18}$