Savoir RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DE LA FORME $f(x) = k$ OU DE LA FORME $f(x) = g(x)$

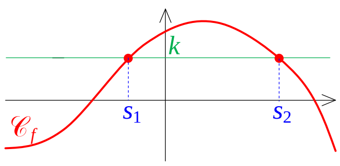
Ce qu'il faut savoir faire :

- **Résoudre algébriquement une équation $f(x) = k$ ou une équation $f(x) = g(x)$**

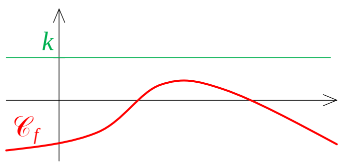
  Pas de nouvelle méthode.
  On utilise les techniques habituelles des équations du premier degré (suppressions par équilibrages)
  ou des équations du second degré (équations carrés, ou équations produits-nuls).

- **Résoudre graphiquement une équation $f(x) = k$**

  - Comprenez que k est égal à des **images** $f(x)$ donc est sur le même axe, celui des **ordonnées**.
    et que les solutions remplacent des x, donc sont sur l'**axe des abscisses**.
  - 1) Je pars de k sur l'**axe des ordonnées**.
    2) Je rejoins horizontalement **tous les points** de la **courbe**.
       Attention ! Il peut y en avoir plusieurs, vers la droite et vers la gauche. Et il peut ne pas y en avoir...
    3) Je rejoins verticalement **toutes les solutions** sur l'**axe des abscisses**.
    4) Je n'oublie pas de conclure avec $\mathscr{S} = \{ \dots \}$.



On conclut avec :
$\mathscr{S} = \{ s_1 ; s_2 \}$

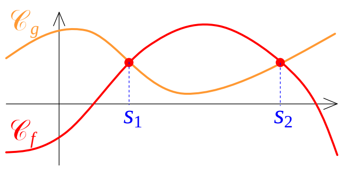


On conclut avec :
$\mathscr{S} = \{ \}$ ou $\mathscr{S} = \varnothing$

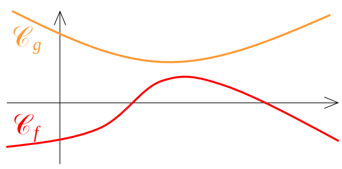
  - On rappelle la **convention** passée : un énoncé montre une fenêtre graphique qui ne cache aucune information.

- **Résoudre graphiquement une équation $f(x) = g(x)$**

  - On n'aura pas besoin de l'axe des ordonnées !!!
  - 1) Je trouve **tous les points d'intersection** des deux **courbes**.
       Là aussi, il peut y en avoir un seul, plusieurs ou aucun.
    2) Je rejoins verticalement **toutes les solutions** sur l'**axe des abscisses**.



On conclut avec :
$\mathscr{S} = \{ s_1 ; s_2 \}$



On conclut avec :
$\mathscr{S} = \{ \}$ ou $\mathscr{S} = \varnothing$

- **Conjecturer graphiquement des solutions et les vérifier algébriquement**

  Certaines fonctions donnent des équations qu'on ne sait pas résoudre.
  Et certaines graphiques manquent de précision pour être certain des solutions trouvées.

  1) Je **conjecture** graphiquement les solutions (c'est-à-dire que je les propose sans être certain qu'elles sont justes).
  2) Je calcule les images de ces solutions conjecturées pour vérifier si elles sont bien solutions de l'équation.

- **Discuter suivant les valeurs de k le nombre de solutions d'une équation $f(x) = k$**

  Il s'agit de trouver toutes les ordonnées k telles que l'équation $f(x) = k$ possède zéro solution,
  puis toutes les ordonnées k telles que l'équation $f(x) = k$ possède une seule solution,
  puis toutes les ordonnées k telles que l'équation $f(x) = k$ possède deux solutions, ou trois, etc...

  Dans chaque cas, les valeurs de k sont dans un ensemble de quelques valeurs $\{ \dots \}$, ou dans un intervalle avec crochets, ou dans une réunion d'intervalles.

Remarques sur les exercices

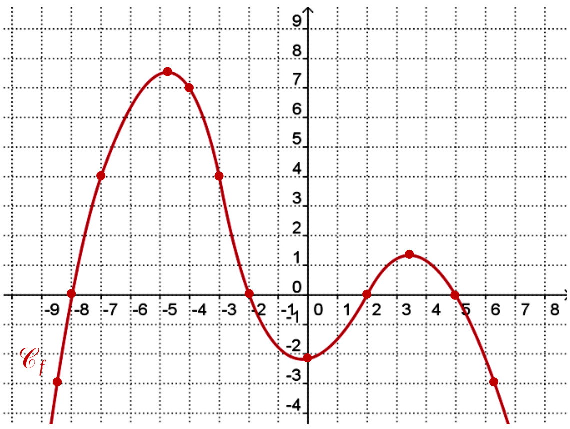
- L'exercice ① est une série d'équations à résoudre graphiquement.
- Les exercices ② et ③ travaillent les deux méthodes de résolutions, algébrique et graphique.
- Les exercices ④ et ⑤ sont des discussions...

① *Dans cet exercice, toutes les solutions sont des nombres entiers.*

1. Résoudre graphiquement :

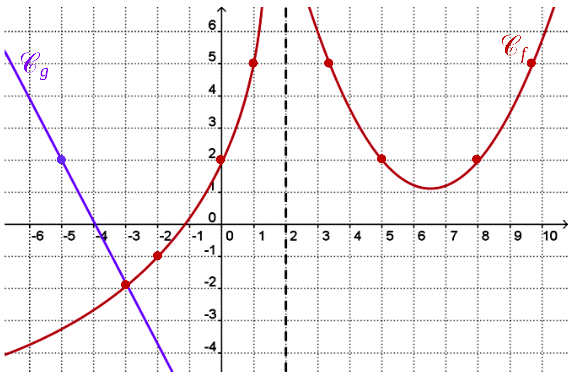
a. $f(x) = 4$ **b.** $f(x) = 0$ **c.** $f(x) = 8$

d. L'équation $f(x) = 7$ possède une solution s_1 entière et une solution s_2 non entière.
Donner un encadrement de s_2 entre deux entiers.



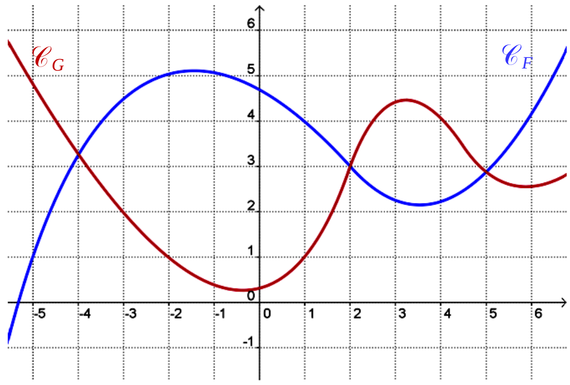
2. Résoudre graphiquement : **a.** $f(x) = 2$

b. $g(x) = 2$ **c.** $f(x) = -1$ **d.** $f(x) = g(x)$



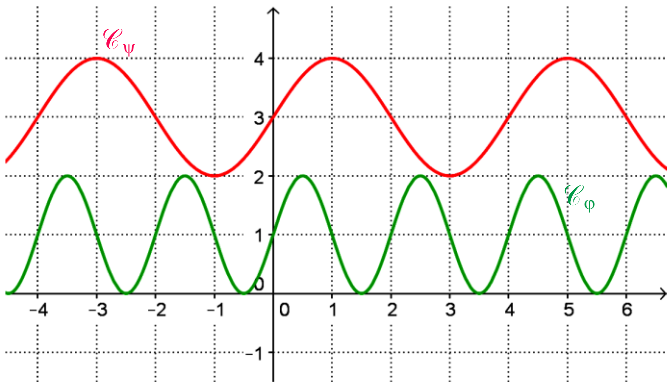
3. Résoudre graphiquement :

a. $F(x) = 1$ **b.** $G(x) = 1$ **c.** $F(x) = G(x)$



4. Voici la courbe de deux fonctions dite <u>périodiques</u> : elles répètent le même motif de $-\infty$ à $+\infty$.
Résoudre graphiquement les drôles d'équations

$\varphi(x) = 1$ et $\psi(x) = 3$.



② On définit les fonctions f, g et h par :

$f(x) = x^2 - 1$; $g(x) = 4x - 5$; $h(x) = -2x - 1$.

On a représenté graphiquement ces fonctions ci-contre :

1. Pour chacune des neuf équations suivantes, conjecturer, lorsque c'est possible, l'ensemble des solutions.

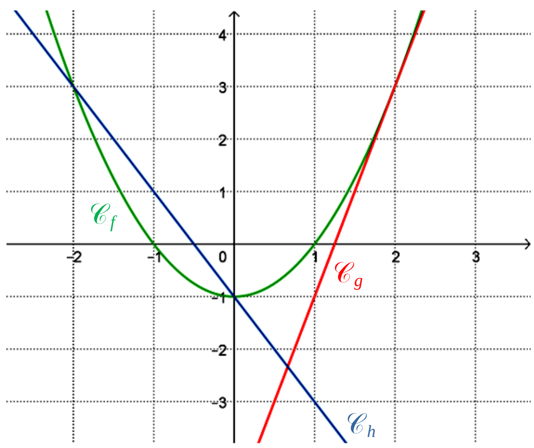
On les notera $\mathscr{S}_1$, $\mathscr{S}_2$, etc.

(E_1) : $f(x) = 1$; (E_2) : $h(x) = 1$; (E_3) : $f(x) = 0$;

(E_4) : $f(x) = 3$; (E_5) : $g(x) = -1$; (E_6) : $f(x) = -1$;

(E_7) : $f(x) = g(x)$; (E_8) : $g(x) = h(x)$; (E_9) : $f(x) = h(x)$.

2. Résoudre algébriquement chacune de ces équations.

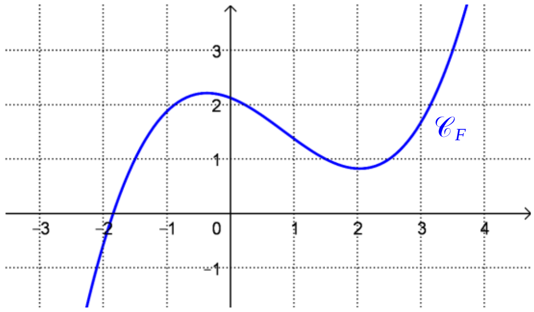


③ Soit la fonction $F : x \mapsto 0{,}2\,x^3 - 0{,}5\,x^2 - 0{,}45\,x + 2{,}125$.

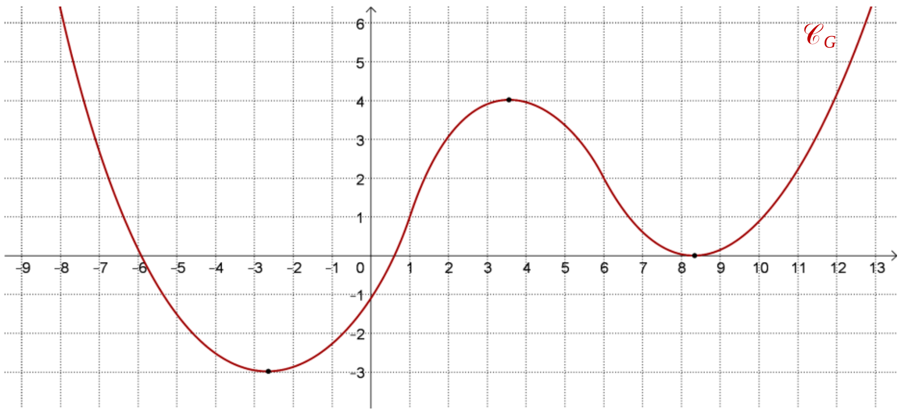
On considère l'équation $F(x) = 1$.

1. Choisir de résoudre cette équation soit algébriquement soit graphiquement et expliquer son choix.

2. Comment vérifier les solutions trouvées ?



④ Discuter suivant les valeurs du réel m le nombre de solutions de l'équation $G(x) = m$.



⑤ Discuter suivant les valeurs de k le nombre de solutions de l'équation $H(x) = k$.