Savoir CALCULER UNE PROBABILITÉ DANS UNE EXPÉRIENCE À UNE ÉPREUVE

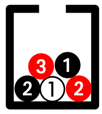
Ce qu'il faut savoir

- **Le vocabulaire**

  - Une **expérience aléatoire** est { une action qui peut avoir plusieurs résultats dus au hasard ; une observation de ces résultats.

Exemple 1 : { *Action* : Lancer d'un dé cubique équilibré ; *Observation* : Valeur du dé.

Exemple 2 : { *Action* : Pioche au hasard d'une boule ; *Observation* : Valeur de la boule.



Remarque : Une même action peut avoir plusieurs observations.

On aurait pu considérer : *Exemple 2'* : { *Action* : Pioche au hasard d'une boule ; *Observation* : Couleur de la boule.

  - Les **issues** sont tous les résultats possibles de l'expérience aléatoire.
    L'**univers** est l'ensemble de toutes ces issues.

Exemple1 : L'univers est { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 } . | *Exemple 2* : L'univers est { ① ; ❶ ; ❷ ; ❷ ; ❸ } .

  - Un **évènement** est un groupement de plusieurs issues (dites **favorables** à l'évènement).

Exemple 1 : L'évènement « *faire un pair* » est { 2 ; 4 ; 6 } . | *Exemple 2* : L'évènement « *piocher un 2* » est { ❷ ; ❷ } .

- **Le principe additif**

  - La somme des probabilités de toutes les issues de l'univers vaut 1.
  - La probabilité d'un évènement est la somme des probabilités de ses issues favorables.

Exemple 1 : Chaque issue est de probabilité $\frac{1}{6}$.

Donc $P(\textit{ faire un pair }) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$.

Exemple 2 : $P(\textit{ piocher un 1 }) = \frac{2}{5}$ et $P(\textit{ piocher un 3 }) = \frac{1}{5}$

Donc $P(\textit{ piocher un impair }) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$.

- **La différence entre des issues équiprobables et des issues non équiprobables**

  - Lorsque l'univers est décomposé en issues qui ont la même chance d'arriver, ces issues sont dites **équiprobables**.
    C'est ce qui arrive avec un dé équilibré, une pièce de monnaie équilibrée, des boules indiscernables piochées, des cartes tirées dans un jeu, une roue tournée, etc...

  - Ce ne sera pas le cas dans les trois types de situations suivants :
    - *1^ère situation* : On **truque** un objet aléatoire.
      Par exemple, on peut truquer un dé pour que la face 6 apparaisse plus souvent que les autres : sa probabilité est donc plus grande que la probabilité des autres faces.
    - *2^ème situation* : On **regroupe** des issues équiprobables pour en faire des issues simplifiées.
      Par exemple, si on pioche dans une urne contenant 30 boules rouges, 25 boules vertes et 45 boules bleues, on a deux univers possibles :
      - l'univers des 100 boules équiprobables { ● ; ● ; ● ; ... ; ● ; ● ; ● ; ... ; ● ; ● ; ● ; ... ; ● }
        avec la probabilité de chaque issue qui vaut $\frac{1}{100}$,
      - l'univers simplifié des 3 couleurs non équiprobables { *rouge* ; *vert* ; *bleu* }
        avec $P(\textit{ rouge }) = \frac{30}{100} = 0{,}3$; $P(\textit{ vert }) = \frac{25}{100} = 0{,}25$ et $P(\textit{ bleu }) = \frac{45}{100} = 0{,}45$.
    - *3^ème situation* : L'expérience n'est pas modélisable par des issues qu'on peut compter.
      Par exemple, à la naissance d'un humain, les trois couleurs d'yeux *bleu*, *vert* et *marron* ne sont pas équiprobables.

Ce qu'il faut savoir faire

- **Calculer la probabilité d'un évènement A dans un univers d'issues équiprobables**

  - 1) Je présente les issues équiprobables et combien il y en a (la probabilité d'une issue est alors $\frac{1}{\textit{nombre total d'issues}}$).
    2) Parmi toutes les issues, je présente celles qui sont favorables à l'évènement A et combien il y en a.
    3) J'applique le principe additif : la probabilité de A est $P(A) = \textit{nombre d'issues favorables} \times \frac{1}{\textit{nombre total d'issues}}$.

  - *Remarque* : La probabilité peut se calculer avec $\frac{\textit{nombre d'issues favorables}}{\textit{nombre total d'issues}}$, on voit que c'est en fait une proportion.

- *Remarque* : Une probabilité s'exprime en fraction ou en décimal, parfois en pourcentage, éventuellement arrondis.

  Exemple 1 : $P(\text{ faire au plus 4 }) = 4 \times \frac{1}{6} = \frac{4}{6} \approx 0{,}67 = 67\,\%$ | *Exemple 2* : $P(\text{ piocher un 2 }) = 2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\,\%$

Calculer la probabilité d'un évènement A dans un univers d'issues non équiprobables

- 1) Je repère quelles sont les issues favorables à A et je trouve leurs probabilités.
  Remarque : On utilise souvent que la somme des probabilités de toutes les issues de l'univers vaut 1.

  2) J'applique le principe additif : la probabilité de A est $P(A) = \textit{somme des probabilités des issues favorables}$.
- *Remarque* : La probabilité n'est plus alors une proportion.

Calculer la probabilité d'un évènement A composé à partir d'autres évènements B_1 , B_2 , ...

- *1er cas* : A est le **contraire** de B_1 .
  A est noté $\overline{B_1}$.
  On peut alors calculer $P(A)$ avec la formule : $P(\overline{B_1}) = 1 - P(B_1)$.
- *2ème cas* : A est composé des issues favorables à B_1 **et** à B_2 à la fois.
  A est noté $B_1 \cap B_2$.
  Il n'y a pas de formule pour calculer $P(B_1 \cap B_2)$, on utilise généralement $\dfrac{\textit{nombre d'issues favorables à } B_1 \textit{ et à } B_2}{\textit{nombre total d'issues}}$.
- *3ème cas* : A est composé des issues favorables à B_1 **ou** à B_2 .
  A est noté $B_1 \cup B_2$.
  On peut alors calculer $P(A)$ dans deux cas différents :
  - *1er sous-cas* : Si B_1 et B_2 sont incompatibles (aucune issue n'est à la fois dans B_1 et dans B_2),
    on a : $P(B_1 \cup B_2) = P(B_1) + P(B_2)$.
  - *2ème sous-cas* : Si B_1 et B_2 ne sont pas incompatibles, il ne faut pas compter deux fois les issues qui sont à la fois dans B_1 et dans B_2 , et on a : $P(B_1 \cup B_2) = P(B_1) + P(B_2) - P(B_1 \cap B_2)$.

    Remarque : Cette formule est applicable au *1er sous-cas* puisqu'on a alors $P(B_1 \cap B_2) = 0$.

    Remarque : Cette formule peut servir à calculer $P(B_1 \cap B_2)$ si on connaît $P(B_1 \cup B_2)$, $P(B_1)$ et $P(B_2)$.
- *4ème cas* : A est composé des issues favorables **ni** à B_1 **ni** à B_2 .
  A est alors le contraire de $B_1 \cup B_2$ et il est noté $\overline{B_1 \cup B_2}$.
  On peut alors calculer $P(A)$ avec : $P(\overline{B_1 \cup B_2}) = 1 - P(B_1 \cup B_2)$.

Calculer une probabilité avec un tableau croisé (ou tableau à double entrée)

- On dispose d'un tableau donnant les effectifs d'une population, dans lequel on croise un **1er critère en colonnes** avec un **2ème critère en lignes**.

1er critère / 2ème critère	A	B	C	Totaux
D	…	…	…	…
E	…	…	…	…
Totaux	…	…	…	…

effectif total de la catégorie E

effectif total des totaux

effectif vérifiant A **ou** D, donc favorable à $A \cup D$

effectif total de la catégorie B

effectif vérifiant C **et** E, donc favorable à $C \cap E$

- On est en situation d'issues équiprobables, on calculera donc les probabilités comme des proportions $\dfrac{\textit{effectif favorable}}{\textit{effectif total}}$.
  On aura à calculer des probabilités d'intersections (comme le rose) ou d'unions (comme le vert).

  ⚠ Mais attention, lisez bien les informations de l'énoncé pour savoir de quel *effectif total* il s'agit.
  Par exemple, ce peut être l'effectif total en se limitant à la catégorie B (total bleu),
  ce peut être l'effectif total en se limitant à la catégorie E (total orange),
  ou ce peut être l'effectif total parmi tous les éléments sans distinction (total marron).

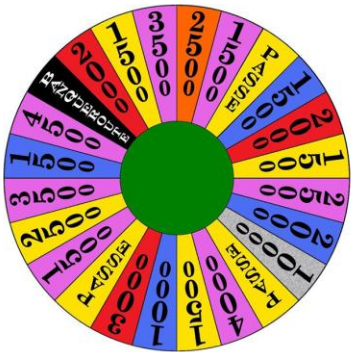
Remarques sur les exercices

Pour chaque probabilité, on donnera la valeur exacte et la valeur décimale, si besoin, arrondie au millième.

- L'exercice ① propose des situations élémentaires avec des issues équiprobables.
- L'exercice ② fait intervenir des issues non équiprobables.
- L'exercice ③ permet d'utiliser des formules.
- L'exercice ④ propose trois situations avec tableaux croisés.

---

① Les quatre exercices sont indépendants.



1. On tourne une seule fois la roue ci-contre, elle est parfaitement équilibrée.

a. Déterminer la probabilité de ne rien gagner.

b. Déterminer la probabilité de gagner de l'argent.

c. Déterminer la probabilité de gagner plus de 2 000.

2. Dans un jeu de 52 cartes, on pioche au hasard une carte.
Si besoin, voir en page 6 la composition d'un jeu de 52 cartes.

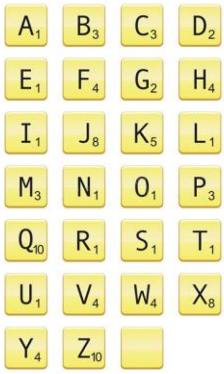
a. Déterminer la probabilité de S : Piocher un 7.

b. Déterminer la probabilité de F : Piocher une figure.

c. Déterminer la probabilité de T : Piocher un trèfle.

3. Dans une urne, on a placé 125 boules vertes, noires ou bleues, indiscernables au toucher et numérotées 1 ou 2.
Parmi ces boules, il y a :
- 70 boules vertes dont 15 numérotées 1,
- 25 boules noires dont 5 numérotées 2,
- le reste étant des boules bleues numérotées 1.

On pioche une boule au hasard.
Déterminer la probabilité des évènements suivants :
A : La boule piochée est verte,
B : La boule piochée est numérotée 1
C : La boule piochée n'est pas noire.



4. Au *Scrabble*, chaque lettre vaut un certain nombre de points (voir ci-contre).
Le tableau ci-dessous donne le nombre de chaque jeton dans la version française :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
9	2	2	3	15	2	2	2	8	1	1	5	3	
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	jeton blanc
6	6	2	1	6	6	6	6	2	1	1	1	1	2

Les jetons blancs servent à remplacer n'importe quelle lettre, mais valent 0 point.

a. Dans cette question, on joue sans les jetons blancs.

Déterminer la probabilité des évènements suivants :
$\mathscr{E}_1$: Piocher un jeton à 10 points.
$\mathscr{E}_2$: Piocher une voyelle.
$\mathscr{E}_3$: Piocher une consonne.

b. Dans cette question, on joue avec les jetons blancs.
Déterminer la probabilité des évènements $\mathscr{E}_2$, $\mathscr{E}_3$ et $\mathscr{E}_4$: Piocher un jeton d'au plus 2 points.

---

② Les quatre exercices sont indépendants.

1. Une urne contient des boules jaunes, des boules bleues et des boules noires.
On pioche une boule au hasard.
On a une chance sur deux de piocher une boule noire et la probabilité de piocher une boule jaune est de 0,15.
Déterminer la probabilité de piocher une boule bleue.

2. Une pièce de monnaie a été truquée pour que *pile* soit deux fois plus probable que *face*.
Déterminer la probabilité de faire *face*.
On pourra poser x cette probabilité et trouver une équation qu'elle vérifie.

3. Un dé cubique a été truqué pour que la face 6 soit deux fois plus probable que les autres faces, qui sont équiprobables.

a. Déterminer la probabilité de faire un 2.
On pourra poser x cette probabilité et trouver une équation qu'elle vérifie.

b. En déduire la probabilité de faire un nombre pair.

4. Un dé cubique a été truqué pour que la face 6 soit quatre fois plus probable que les faces 1 à 4 et que la face 5 soit deux fois plus probable que les faces 1 à 4, qui sont équiprobables.

Déterminer la probabilité de faire un nombre pair.

---

③ Les trois exercices sont indépendants.

1. On pioche au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes de l'exercice ① **2.** , dont on pourra en utiliser les résultats.

Pour chacun des évènements suivants, l'exprimer en fonction des évènements S , F et T , puis calculer sa probabilité :

A_1 : Piocher une figure qui soit du trèfle,
A_2 : Ne pas piocher un 7,
A_3 : Piocher une figure ou un 7,
A_4 : Piocher une figure ou un trèfle,
A_5 : Piocher ni une figure ni un trèfle.

2. On pioche une boule au hasard dans l'urne de l'exercice ① **3.** , dont on pourra utiliser les notations et les résultats.

Déterminer la probabilité des évènements suivants :
D : La boule piochée n'est pas verte,
E : La boule piochée est verte ou numérotée 1,
F : La boule piochée n'est ni verte ni numérotée 2.

3. Dans un lycée, la probabilité de rencontrer par hasard un garçon est $0{,}48$, la probabilité de rencontrer un élève de 2^de^ est $0{,}4$, la probabilité de rencontrer un élève de 1^ère^ est $0{,}36$ et la probabilité de rencontrer un garçon ou un élève de 2^de^ est $0{,}7$.

a. Déterminer la probabilité de rencontrer une fille.

b. Déterminer la probabilité de rencontrer un élève de T^ale^.

c. Déterminer la probabilité de rencontrer un élève de 1^ère^ ou de T^ale^.

d. Déterminer la probabilité de rencontrer un garçon de 2^de^.

---

④ Les trois exercices sont indépendants.

1. Le tableau ci-dessous donne la composition des adhérents d'un club de tennis :

	Benjamins	*Minimes*	*Cadets*
Garçons	32	44	28
Filles	17	26	13

a. On pioche au hasard la fiche d'un des adhérents.
Quelle est la probabilité des évènements :
G : On a pioché une fiche garçon
M : On a pioché une fiche minime.

b. Définir chacun des évènements suivants par une phrase et déterminer sa probabilité :

$\overline{M}$; $G \cap M$; $G \cup M$; $\overline{G}$; $\overline{G} \cap M$; $G \cup \overline{M}$.

c. On pioche au hasard la fiche d'un garçon.
Quelle est la probabilité que ce soit un cadet ?
Arrondir à 0,1 près.

2. Une entreprise fabrique des outils.
On analyse 500 outils à la sortie de la chaîne de fabrication et on décèle deux types de défauts, un défaut de calibrage noté *Défaut C* et un défaut de résistance noté *Défaut R* .
On a observé que 21 outils présentaient le défaut de calibrage, dont 9 présentaient aussi le défaut de résistance.
De plus, 75 outils avaient le défaut de résistance sans avoir celui de calibrage.

a. Reproduire et compléter le tableau croisé ci-dessous :

	Défaut C	*Pas de défaut C*	Totaux
Défaut R			
Pas de défaut R			
Totaux			500

b. On prélève au hasard un outil dans le lot des 500 outils étudiés.
Quelle est la probabilité des évènements suivants :
A : L'outil ne présente pas le défaut de calibrage,
B : L'outil ne présente aucun des deux défauts,
D : L'outil présente au moins un des deux défauts.

c. On prélève au hasard un outil parmi ceux qui présentent un défaut de résistance.
Quelle est la probabilité qu'il ne présente pas le défaut de calibrage ?

d. On prélève au hasard un outil parmi ceux qui présentent un défaut de calibrage.
Quelle est la probabilité qu'il ne présente pas le défaut de résistance ?

3. Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves ayant pris une spécialité scientifique et une spécialité non scientifique en Terminale dans un lycée :

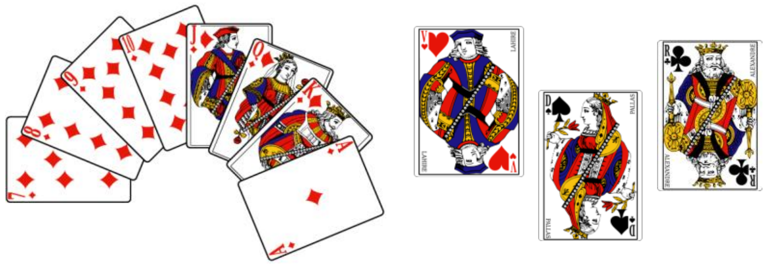
	SES	*LLCE*	*HGGSP*	*Total*
Physique-Chimie	5 %	1 %	2 %	8 %
SVT	5 %	3 %	9 %	17 %
Mathématiques	51 %	3 %	19 %	73 %
NSI	1 %	1 %	0 %	2 %
Total	62 %	8 %	30 %	100 %

a. On interroge au hasard un de ces élèves.
Quelle est la probabilité qu'il suive la spécialité Mathématiques ou la spécialité NSI ?

b. On interroge au hasard un de ces élèves.
Quelle est la probabilité qu'il suive la spécialité Mathématiques ou la spécialité SES ?

c. On interroge au hasard un de ces élèves durant un cours de mathématiques.
Quelle est la probabilité qu'il suive la spécialité HGGSP ?

d. On interroge au hasard un de ces élèves durant un cours de SES.
Quelle est la probabilité qu'il suive la spécialité Mathématiques ?



Composition d'un jeu de 32 cartes

Quatre couleurs :

- coeur ♥
- trèfle ♣
- carreau ♦
- pique ♠

contenant chacune huit cartes :

- cinq cartes **blanches** → 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; as ou 1 (*Ace en anglais*) ,
- trois **figures** (ou **habillées**) → Valet (*Jack*) ; Dame ou Reine (*Queen*) ; Roi (*King*) .

Composition d'un jeu de 52 cartes

Quatre mêmes couleurs contenant chacune treize cartes :

- dix cartes blanches → du 1 (*Ace*) au 10 ,
- trois mêmes figures.