Correction de 2^{de} - VECTEURS - Fiche 4

① **1.** **a.** La question est entièrement consacrée aux calculs des longueurs. Vous pouvez alors détailler les calculs.

$MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2}$ → Vous pouvez commencer par la formule en lettres.

$= \sqrt{(47-(-13))^2 + (-43-37)^2}$ → Je prépare la formule : $\sqrt{(\ \ -\ \ )^2 + (\ \ -\ \ )^2}$,

puis je remplace d'un coup les deux coordonnées de N : $\sqrt{(47 -\ \ )^2 + (-43 -\ \ )^2}$,

puis je remplace d'un coup les deux coordonnées de M : $\sqrt{(47-(-13))^2 + (-43-37)^2}$

$= \sqrt{60^2 + (-80)^2}$

$= \sqrt{3\,600 + 6\,400}$

$= \sqrt{10\,000}$

$= 100$

Vous ne serez pas obligés de montrer le détail des calculs lorsque la question ne le demande pas explicitement (voir **2.**).

Autre présentation : en calculant d'abord les coordonnées du vecteur.

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 47-(-13) \\ -43-37 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 60 \\ -80 \end{pmatrix}$

donc $MN = \sqrt{60^2 + (-80)^2}$

$= \sqrt{3\,600 + 6\,400}$

$= \sqrt{10\,000}$

$= 100$

Ce n'est pas plus long et ça permet une certaine prudence en faisant les calculs en deux temps...

$MR = \sqrt{(x_R - x_M)^2 + (y_R - y_M)^2}$

$= \sqrt{(17-(-13))^2 + (47-37)^2}$

$= \sqrt{30^2 + 10^2}$

$= \sqrt{900 + 100}$

$= \sqrt{1\,000}$

$= 10\sqrt{10}$ → Rappelez-vous qu'il faut simplifier les racines carrées.

$NR = \sqrt{(x_R - x_N)^2 + (y_R - y_N)^2}$

$= \sqrt{(17-47)^2 + (47-(-43))^2}$

$= \sqrt{(-30)^2 + 90^2}$

$= \sqrt{900 + 8\,100}$

$= \sqrt{9\,000}$

$= 30\sqrt{10}$

b. $\begin{cases} MN^2 = \sqrt{10\,000}^{\,2} = 10\,000 \\ MR^2 + NR^2 = \sqrt{1\,000}^{\,2} + \sqrt{9\,000}^{\,2} = 1\,000 + 9\,000 = 10\,000 \end{cases}$

→ D'après les résultats du **1.**, je vois que c'est MN le plus grand côté

→ Inutile de prendre les résultats simplifiés pour calculer les carrés : $\sqrt{1\,000}^{\,2}$ est bien plus facile à calculer que $10\sqrt{10}^{\,2}$ ...

donc $MN^2 = MR^2 + NR^2$

donc, d'après le théorème de Pythagore, MRN rectangle en R.

→ Au collège, on aurait dit « la réciproque du théorème de Pythagore ».

---

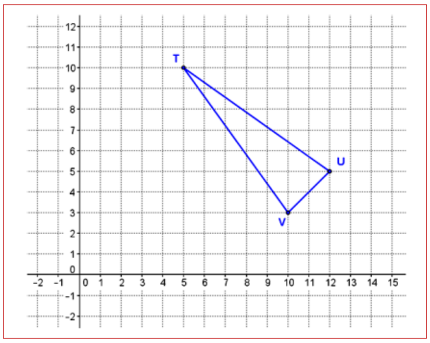
2. On ne sait pas trop à l'avance en quel sommet il va être isocèle.
Placer les points au brouillon prend un peu de temps mais ça vaut le coup car je vois tout de suite les deux longueurs qui vont être égales...
Ce qui m'évitera de calculer UV pour rien.

$\begin{cases} TU = \sqrt{(12-5)^2 + (5-10)^2} = \sqrt{74} \\ TV = \sqrt{(10-5)^2 + (3-10)^2} = \sqrt{74} \end{cases}$

Donc $TU = TV$

donc TUV isocèle en T.

Remarquez que l'énoncé ne demande pas explicitement les calculs de longueurs.
Je n'ai donc pas besoin de détailler les calculs car ils sont élémentaires, ni de simplifier les racines carrées.



---

3. Inutile de faire un dessin pour repérer ce qu'il faut calculer... Il faut tout calculer !

$EF = \sqrt{(-\sqrt{3} - 3\sqrt{3})^2 + (0-2)^2}$ → Ouh... Les racines carrées font que les calculs ne sont pas élémentaires...

$= \sqrt{(-4\sqrt{3})^2 + (-2)^2}$ → Attention aux parenthèses...

$= \sqrt{16 \times 3 + 4}$ → Pour $(-4\sqrt{3})^2$, le carré porte sur $-$ et fait $+$, puis sur 4 et fait 16, puis sur $\sqrt{3}$ et fait 3.

$= \sqrt{52}$ → Inutile de simplifier en $2\sqrt{13}$.

$EG = \sqrt{(0 - 3\sqrt{3})^2 + (7-2)^2}$

$= \sqrt{(-3\sqrt{3})^2 + 5^2}$

$= \sqrt{9 \times 3 + 25}$

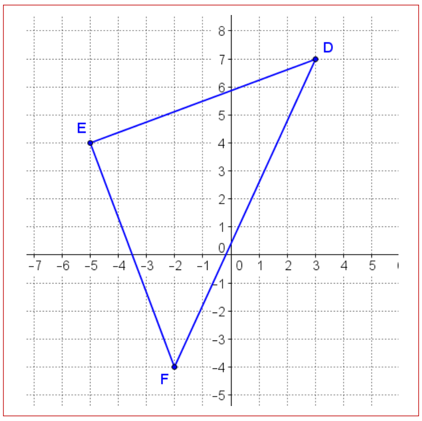
$= \sqrt{52}$

$$\begin{aligned} FG &= \sqrt{(0-(-\sqrt{3}))^2+(7-0)^2} \\ &= \sqrt{\sqrt{3}^2+7^2} \\ &= \sqrt{3+49} \\ &= \sqrt{52} \end{aligned}$$

On en déduit que $EF = EG = FG$
donc EFG équilatéral.

---

4. La nature n'est pas précisée, donc un dessin va me guider dans mes calculs.
Je vois que le triangle semble rectangle mais aussi isocèle.
En ne faisant que les calculs sans le dessin, on serait nécessairement tombé sur deux longueurs égales.
Mais le risque est de s'arrêter au triangle isocèle.



$ED = \sqrt{(3-(-5))^2+(7-4)^2} = \sqrt{73}$
$EF = \sqrt{(-2-(-5))^2+(-4-4)^2} = \sqrt{73}$
$FD = \sqrt{(3-(-2))^2+(7-(-4))^2} = \sqrt{146}$

D'une part, $\begin{cases} ED^2+EF^2 = \sqrt{73}^2+\sqrt{73}^2 = 73+73 = 146 \\ FD^2 = \sqrt{146} = 146 \end{cases}$

donc $ED^2+EF^2 = FD^2$
donc, d'après le théorème de Pythagore, DEF est rectangle en E.

D'autre part, $ED = EF$
donc, DEF est rectangle et isocèle en E.

---

② **1.** Pour avoir un rectangle, allons d'abord chercher le parallélogramme.

- $\begin{cases} \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}6-4\\3-8\end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix} \\ \overrightarrow{HG}\begin{pmatrix}-9-(-11)\\-3-2\end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{HG}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix} \end{cases}$

Il est ridicule de se tromper dans l'ordre des lettres des vecteurs choisis ! Faites un petit dessin…

donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EF}$ ont les mêmes coordonnées
donc $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$
donc $EFGH$ est un parallélogramme.

Ici, on a choisi $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{HG}$ mais on aurait pu en prendre d'autres…

Signalons une autre méthode, avec les coordonnées du milieu :

$\begin{cases} \text{Le milieu de la diagonale } [EG] \text{ a pour coordonnées } \left(\frac{x_E+x_G}{2};\frac{y_E+y_G}{2}\right) \text{, donc } \left(\frac{4+(-9)}{2};\frac{8+(-3)}{2}\right) \text{, donc } \left(-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right), \\ \text{le milieu de la diagonale } [FH] \text{ a pour coordonnées } \left(\frac{x_F+x_H}{2};\frac{y_F+y_H}{2}\right) \text{, donc } \left(\frac{6+(-11)}{2};\frac{3+2}{2}\right) \text{, donc } \left(-\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right) \end{cases}$

donc, les diagonales $[EG]$ et $[FH]$ ont le même milieu,
donc $EFGH$ est un parallélogramme.

Pour que ce parallélogramme devienne un rectangle, il suffit que ses diagonales soient isométriques (de même longueur).

- $\begin{cases} EG = \sqrt{(-9-4)^2+(-3-8)^2} = \sqrt{169+121} = \sqrt{290} \\ FH = \sqrt{(-11-6)^2+(2-3)^2} = \sqrt{289+1} = \sqrt{290} \end{cases}$

On en déduit que $EFGH$ est un parallélogramme dont les diagonales $[EG]$ et $[FH]$ sont isométriques
donc $EFGH$ est un rectangle.

---

2. Pour avoir un losange, il nous faut aussi d'abord un parallélogramme.

- $\begin{cases} \overrightarrow{TU}\begin{pmatrix}3-3\\43-8\end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{TU}\begin{pmatrix}0\\35\end{pmatrix} \\ \overrightarrow{WV}\begin{pmatrix}24-24\\15-(-20)\end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{WV}\begin{pmatrix}0\\35\end{pmatrix} \end{cases}$

donc $\overrightarrow{TU}$ et $\overrightarrow{WV}$ ont les mêmes coordonnées
donc $\overrightarrow{TU} = \overrightarrow{WV}$
donc $TUVW$ est un parallélogramme.

Pour que ce parallélogramme devienne un losange, il suffit que deux de ses côtés consécutifs soient isométriques (de même longueur).

- $\begin{cases} TU = \sqrt{(3-3)^2+(43-8)^2} = \sqrt{0+1\,225} = \sqrt{1\,125} = 35 \\ UV = \sqrt{(24-3)^2+(15-43)^2} = \sqrt{441+784} = \sqrt{1\,225} = 35 \end{cases}$

Ici, on a choisi TU et UV, mais on aurait pu choisir UV et VW, ou VW et WU.

On en déduit que $TUVW$ est un parallélogramme dont deux côtés consécutifs sont isométriques
donc $TUVW$ est un losange.

3. Attention, quand on vous demande la nature d'une figure, il faut trouver <u>la plus particulière</u>.
Ne répondez pas que $KLMN$ est un quadrilatère, le correcteur ne trouvera ça pas drôle.

- $\begin{cases} \overrightarrow{..}\begin{pmatrix} ... - ... \\ ... - ... \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{..}\begin{pmatrix} ... \\ ... \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{..}\begin{pmatrix} ... - ... \\ ... - ... \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{..}\begin{pmatrix} ... \\ ... \end{pmatrix} \end{cases}$

  On vous laisse choisir les deux vecteurs que vous voulez...

  donc $\overrightarrow{..}$ et $\overrightarrow{..}$ ont les mêmes coordonnées
  donc $\overrightarrow{..} = \overrightarrow{..}$
  donc $KLMN$ est un parallélogramme.

Essayons le rectangle avec les diagonales.

- $\begin{cases} KM = ... = 0{,}1 \\ LN = ... = 0{,}1 \end{cases}$

  donc $KLMN$ est un parallélogramme dont les diagonales $[KM]$ et $[LN]$ sont isométriques
  donc $KLMN$ est un rectangle.

Vérifions s'il n'y a pas mieux...

- $\begin{cases} KL = ... = \sqrt{0{,}005} \\ LM = ... = \sqrt{0{,}005} \end{cases}$

  donc $KLMN$ est un parallélogramme dont deux côtés consécutifs sont isométriques
  donc $KLMN$ est un losange.

- $KLMN$ est un rectangle et un losange
  donc $KLMN$ est un carré. → Et là, il n'y a pas mieux...

---

4. $\begin{cases} \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 11-3 \\ 12-4 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 23-15 \\ 10-1 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 8 \\ 9 \end{pmatrix} \end{cases}$

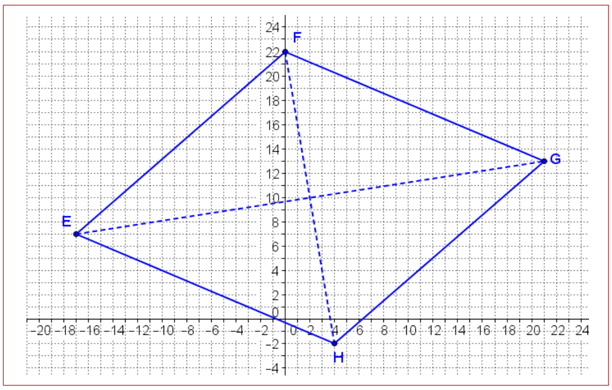
donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ n'ont pas les mêmes coordonnées → Quelle bonne surprise !
donc $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{DC}$
donc $ABCD$ n'est pas un parallélogramme
donc $ABCD$ n'est pas un losange.

5.
- $\begin{cases} \overrightarrow{..}\begin{pmatrix} ... - ... \\ ... - ... \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{..}\begin{pmatrix} ... \\ ... \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{..}\begin{pmatrix} ... - ... \\ ... - ... \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{..}\begin{pmatrix} ... \\ ... \end{pmatrix} \end{cases}$

  donc $\overrightarrow{..}$ et $\overrightarrow{..}$ ont les mêmes coordonnées
  donc $\overrightarrow{..} = \overrightarrow{..}$
  donc $EFGH$ est un parallélogramme.

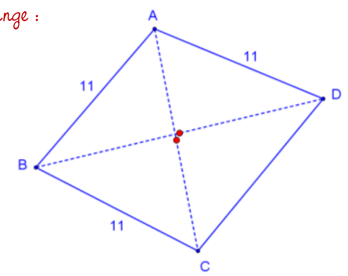
- $\begin{cases} EF = ... = \sqrt{514} \\ FG = ... = \sqrt{522} \end{cases}$

  donc $EFGH$ a deux côtés consécutifs non isométriques
  donc $EFGH$ n'est pas un losange.



Si on place les points sur un graphique, difficile de se faire une idée...

Stratégiquement, on a l'impression d'avoir perdu du temps à démontrer le parallélogramme pour rien.
En ne faisant que les calculs de EF et de FG, c'était suffisant...
Mais attention, n'en faites pas une tactique systématique !
On peut très bien vous donner deux côtés consécutifs isométriques, voire même trois, sans que ce soit un losange :



③ **1.** $\begin{cases} \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-15-12\\-24-21\end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-27\\-45\end{pmatrix} \\ \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-5-1\\-5-5\end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-6\\-10\end{pmatrix} \end{cases}$

Pour la colinéarité, peu importe le sens des vecteurs !

Sous-méthode 1 : Difficile de deviner un multiplicateur commun...

Sous-méthode 2 :

$-27\times(-10) - (-45)\times(-6) = 270 - 270 = 0$
donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont des coordonnées proportionnelles
donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires
donc $(AB) // (CD)$.

Remarquez qu'avec cette méthode, on n'a pas le multiplicateur.

Sous-méthode 3 :

$\frac{-27}{-6} = 4{,}5$ et $\frac{-45}{-10} = 4{,}5$
donc $\overrightarrow{AB} = 4{,}5\ \overrightarrow{CD}$
donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires
donc $(AB) // (CD)$.

En calculant $\frac{\text{coordonnées de } \overrightarrow{AB}}{\text{coordonnées de } \overrightarrow{CD}}$,
vous trouvez le multiplicateur de $\overrightarrow{CD}$ à $\overrightarrow{AB}$.

Sous-méthode 3 avec les fractions inverses :

$\frac{-6}{-27} = \frac{2}{9}$ et $\frac{-10}{-45} = \frac{2}{9}$
donc $\overrightarrow{CD} = \frac{2}{9}\ \overrightarrow{AB}$
donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires
donc $(AB) // (CD)$.

En calculant $\frac{\text{coordonnées de } \overrightarrow{CD}}{\text{coordonnées de } \overrightarrow{AB}}$,
vous trouvez le multiplicateur de $\overrightarrow{AB}$ à $\overrightarrow{CD}$.

Attention à ne pas arrondir $\frac{2}{9}$ ...
On ne travaille qu'en valeurs exactes.

Les pressés auront trouvé la fraction irréductible à la calculatrice.
Les puristes l'auront trouvée à la main :
$\frac{-6}{-27} = \frac{6}{27} = \frac{2\times3}{9\times3} = \frac{2}{9}$ et $\frac{-10}{-45} = \frac{10}{45} = \frac{2\times5}{9\times5} = \frac{2}{9}$

---

2. $\begin{cases} \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-6-3\\126-18\end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}-9\\108\end{pmatrix} \\ \overrightarrow{GH}\begin{pmatrix}0-(-5)\\-1-64\end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{GH}\begin{pmatrix}5\\-65\end{pmatrix} \end{cases}$

Sous-méthode 2 :

$-9\times(-65) - 105\times5 = 585 - 525 = 60 \neq 0$
donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$ n'ont pas des coordonnées proportionnelles
donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$ ne sont pas colinéaires
donc (EF) et (GH) ne sont pas parallèles.

Remarquez qu'avec cette méthode, on n'a pas le multiplicateur.

Sous-méthode 3 :

$\frac{-9}{5} = -1{,}8$ et $\frac{108}{-65} = -1{,}6... \neq -1{,}8$
donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$ n'ont pas des coordonnées proportionnelles
donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GH}$ ne sont pas colinéaires
donc (EF) et (GH) ne sont pas parallèles.

→ Remarquez comment utiliser la valeur exacte à virgule (avec ses pointillés) pour voir facilement que les deux multiplicateurs sont différents.

---

3. $\begin{cases} \overrightarrow{KL}\begin{pmatrix}-7-(-7)\\-1-13\end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{KL}\begin{pmatrix}0\\-14\end{pmatrix} \\ \overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}41-41\\-12-17\end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}0\\-29\end{pmatrix} \end{cases}$

Sous-méthode 2 :

$0\times(-29) - (-14)\times0 = 0 + 0 = 0$
donc $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{MN}$ ont des coordonnées proportionnelles
donc $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires
donc $(KL) // (MN)$.

Sous-méthode 3 :

$\frac{-14}{-29} = \frac{14}{29}$

→ Il est impossible de faire le même quotient sur les abscisses, et c'est inutile car $0\times\frac{14}{29}$ fait nécessairement 0 .

donc $\overrightarrow{KL} = \frac{14}{29}\ \overrightarrow{MN}$
donc $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires
donc $(KL) // (MN)$.

④ $\begin{cases} \overrightarrow{ST}\begin{pmatrix} 32-4 \\ 39-25 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{ST}\begin{pmatrix} 28 \\ 14 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{RU}\begin{pmatrix} 46-16 \\ 8-(-7) \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{RU}\begin{pmatrix} 30 \\ 15 \end{pmatrix} \end{cases}$

- $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{RU}$ n'ont pas les mêmes coordonnées,
  donc $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{RU}$ ne sont pas égaux
  donc $RSTU$ n'est pas un parallélogramme.
- 28×15 – 14×30 = 420 – 420 = 0
  donc $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{RU}$ ont des coordonnées proportionnelles
  donc $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{RU}$ sont colinéaires
  donc $(ST) \,//\, (RU)$
  donc $RSTU$ est un trapèze.

Ou alors :
$\frac{28}{30} = \frac{14}{15}$
donc $\overrightarrow{ST} = \frac{14}{15}\overrightarrow{RU}$

⑤ **1.** $\begin{cases} \overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} 104-(-12) \\ 8-37 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AG}\begin{pmatrix} 116 \\ -29 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AP}\begin{pmatrix} 50-(-12) \\ 21{,}5-37 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{AP}\begin{pmatrix} 62 \\ -15{,}5 \end{pmatrix} \end{cases}$

Pour les alignements, vous aurez toujours beaucoup de vecteurs possibles à utiliser : $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{GP}$, ou $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{GP}$, et tous ceux dans les autres sens…

116×(–15,5) – (–29)×62 = –1 798 + 1 798 = 0
donc $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AP}$ ont des coordonnées proportionnelles
donc $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AP}$ sont colinéaires
donc A, G et P sont alignés.

Ou alors :
$\frac{116}{62} = \frac{58}{31}$ et $\frac{-29}{-15{,}5} = \frac{58}{31}$
donc $\overrightarrow{AG} = \frac{58}{31}\overrightarrow{AP}$

2. $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix} -76-(-12) \\ 55-37 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AS}\begin{pmatrix} -64 \\ 18 \end{pmatrix}$ → On a déjà $\overrightarrow{AG}$.

116×18 – (–29)×(–64) = 2 088 – 1 856 = 232 ≠ 0
donc $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AS}$ ont des coordonnées non proportionnelles
donc $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AS}$ ne sont pas colinéaires
donc A, G et S ne sont pas alignés.

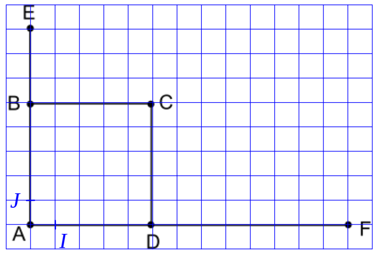
Ou alors :
$\frac{116}{-64} = -\frac{29}{16}$ et $\frac{-29}{18} = -\frac{29}{18} \neq -\frac{29}{16}$

3. $\begin{cases} A,\ G \text{ et } P \text{ alignés} \\ A,\ G \text{ et } S \text{ non alignés} \end{cases}$ ← Il ne fallait surtout pas se casser la tête… Faites un petit dessin, vous verrez !

donc A, P et S ne sont pas alignés.

⑥ ◆ On définit un repère (A , I , J) en choisissant :

- I le point de la demi-droite $[AD)$ tel que $AI = 1$ cm ,
- J le point de la demi-droite $[AB)$ tel que $AJ = 1$ cm .



Alors, dans ce repère, on a :

$A(0;0)$, $B(0;8)$, $C(8;8)$, $D(8;0)$, $E(0;13)$ et $F(21;0)$.

◆ $\begin{cases} \overrightarrow{EC}\begin{pmatrix} 8-0 \\ 8-13 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{EC}\begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{CF}\begin{pmatrix} 21-8 \\ 0-8 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{CF}\begin{pmatrix} 13 \\ -8 \end{pmatrix} \end{cases}$

Or, $\dfrac{13}{8} = 1{,}625$ et $\dfrac{-8}{-5} = 1{,}6 \neq 1{,}625$ $\rightarrow \begin{cases} \text{Ou } 8\times(-8) = 64 \text{ et } (-5)\times 13 = 65 \neq 64 \text{ avec la } 2^{\text{ème}} \text{ sous-méthode} \\ \text{ou encore } 8\times(-8) - (-5)\times 13 = 64 - 65 = -1 \neq 0 \text{ avec la } 3^{\text{ème}} \text{ sous-méthode.} \end{cases}$

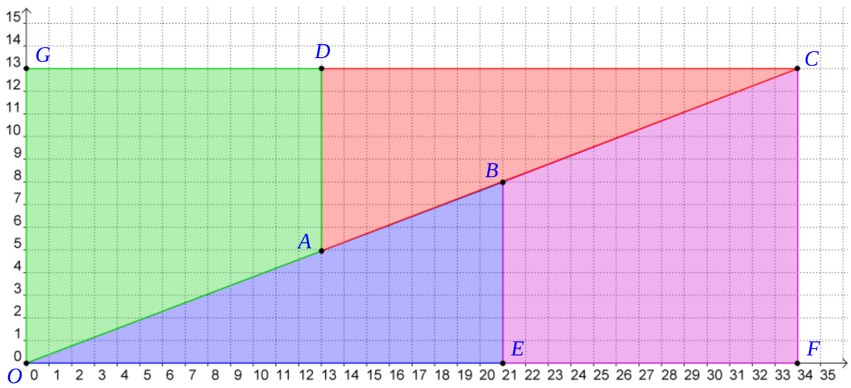
donc $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{CF}$ ont des coordonnées non proportionnelles
donc $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{CF}$ sont non colinéaires
donc E , C et F sont non alignés.

---

⑦ ◆ L'aire du carré vaut $21^2 = 441$.
L'aire du rectangle vaut $34 \times 13 = 442$.
Il y a donc un problème !

Il y a en fait une illusion d'optique dans le rectangle...

◆ Nommons les points $O(0;0)$, $B(21;8)$ et $E(21;0)$ les sommets du triangle bleu.
Nommons les points $A(13;5)$, $C(34;13)$ et $D(13;13)$ les sommets du triangle rouge.



Ce que l'on ne voit pas bien, c'est que **les points O , A , B et C ne sont pas alignés**.

Vérifions ça :

$\begin{cases} \overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} 13-0 \\ 5-0 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{OA}\begin{pmatrix} 13 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} 21-0 \\ 8-0 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{OB}\begin{pmatrix} 21 \\ 8 \end{pmatrix} \end{cases}$

Or, $\dfrac{21}{13} = 1{,}615...$ et $\dfrac{8}{5} = 1{,}6 \neq 1{,}615...$ $\rightarrow \begin{cases} \text{Ou } 13\times 8 = 104 \text{ et } 5\times 21 = 105 \neq 104 \text{ avec la } 2^{\text{ème}} \text{ sous-méthode} \\ \text{ou encore } 13\times 8 - 5\times 21 = 104 - 105 = -1 \neq 0 \text{ avec la } 3^{\text{ème}} \text{ sous-méthode.} \end{cases}$

donc $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ ont des coordonnées non proportionnelles
donc $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont non colinéaires
donc O , A et B sont non alignés.

On peut montrer également que A , B et C sont non alignés.
Cela suffit à expliquer le problème.
Avec un agrandissement, on voit un espace entre les triangles bleu et rouge :