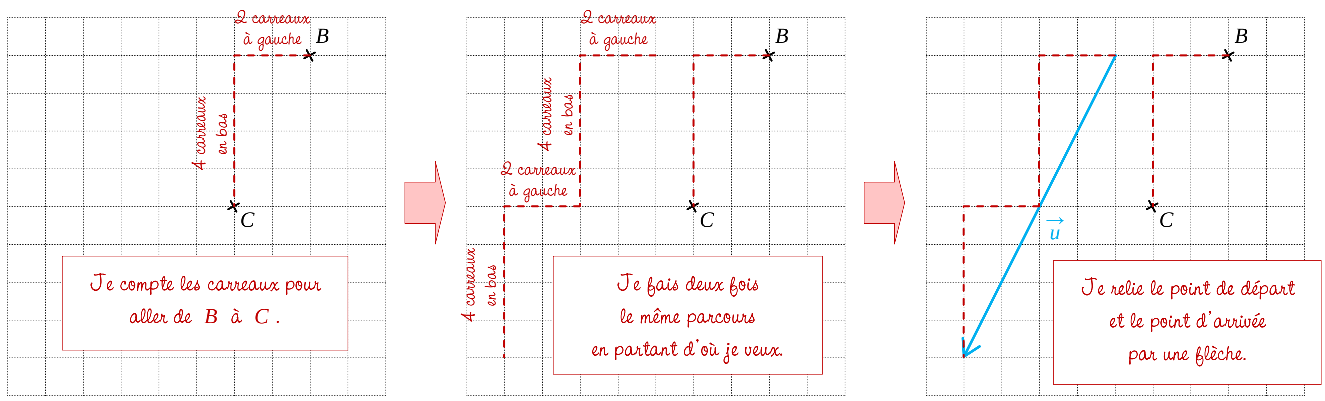
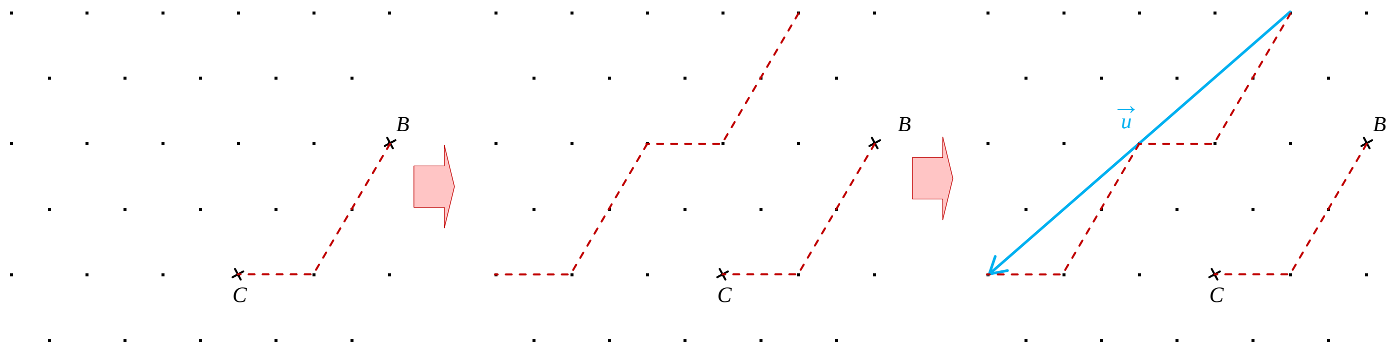
Correction de 2de - VECTEURS - Fiche 1

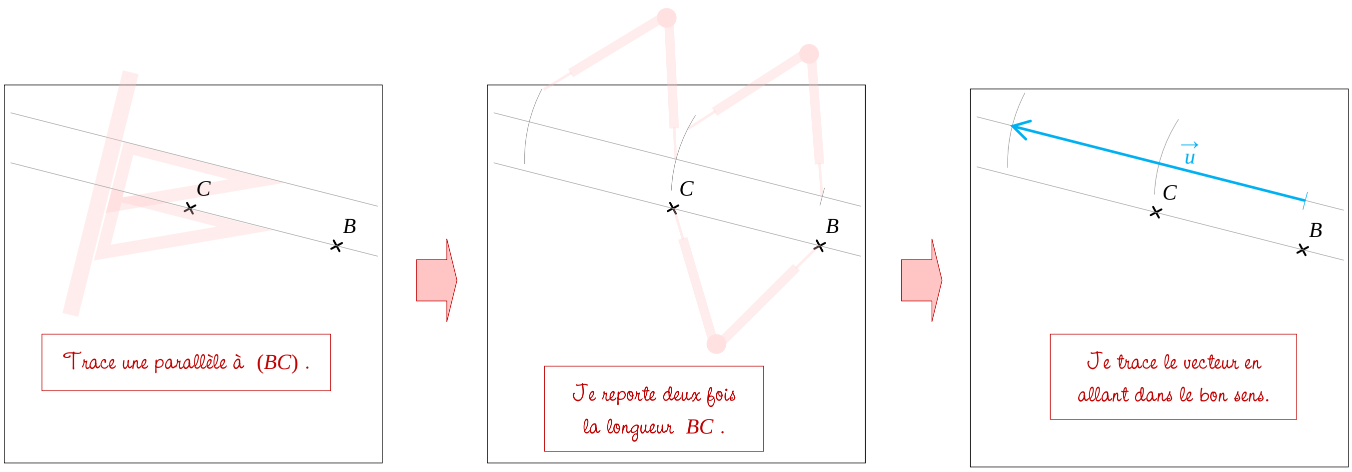
① **1.**



ÉTAPE 1 ÉTAPE 2 ÉTAPE 3

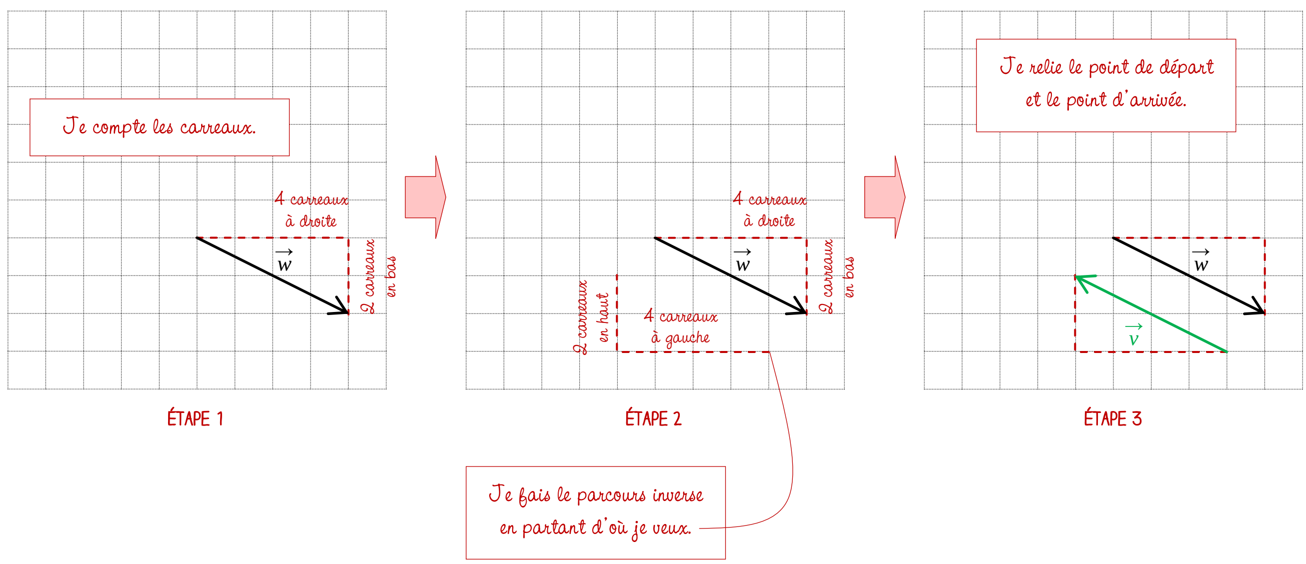


ÉTAPE 1 ÉTAPE 2 ÉTAPE 3

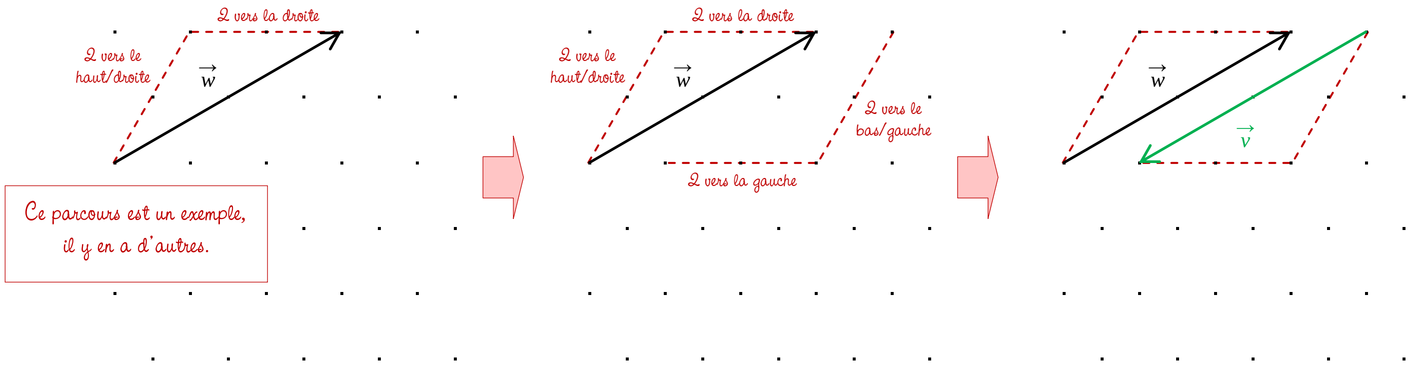


ÉTAPE 1 ÉTAPE 2 ÉTAPE 3

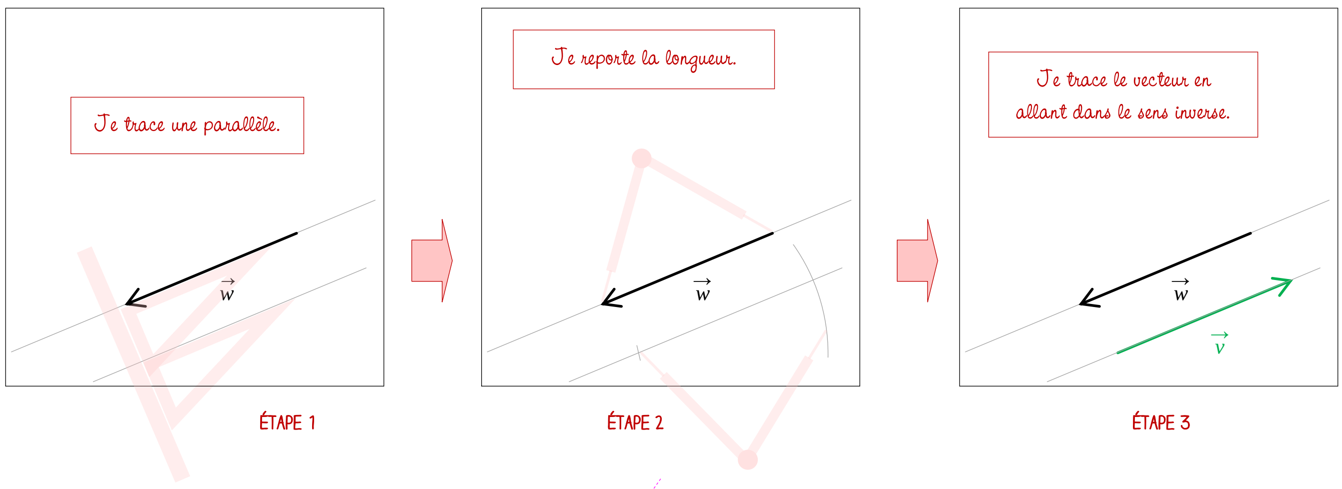
2.



ÉTAPE 1 ÉTAPE 2 ÉTAPE 3

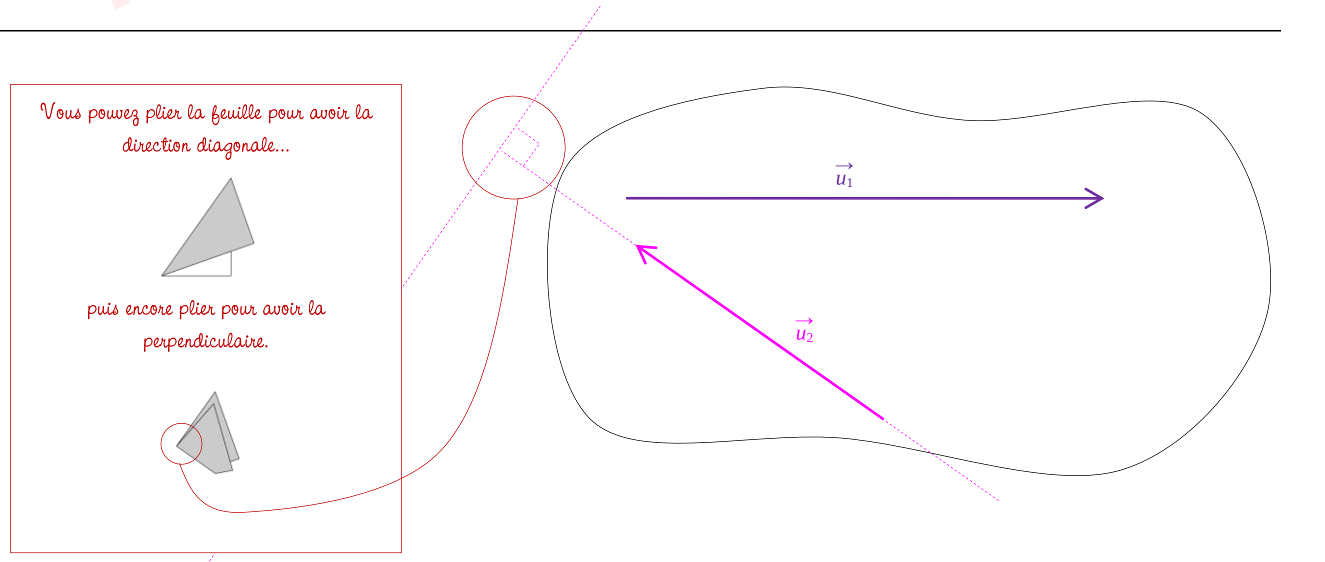


ÉTAPE 1 ÉTAPE 2 ÉTAPE 3

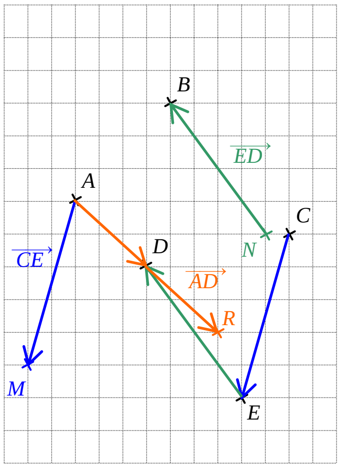


ÉTAPE 1 ÉTAPE 2 ÉTAPE 3

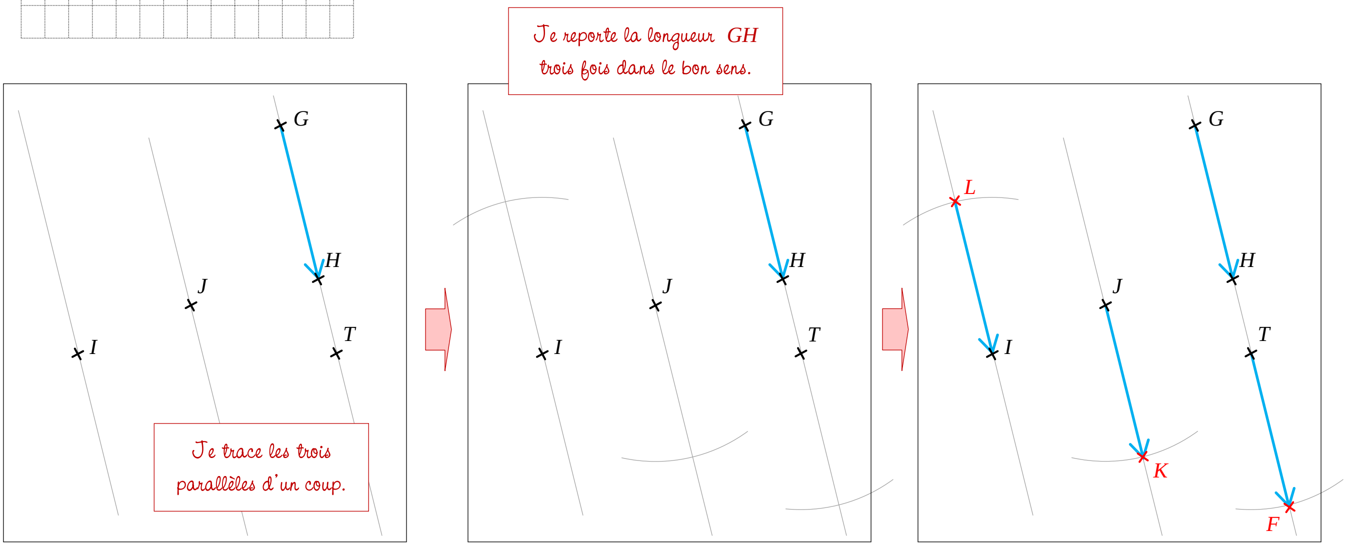
3.



② **1.**

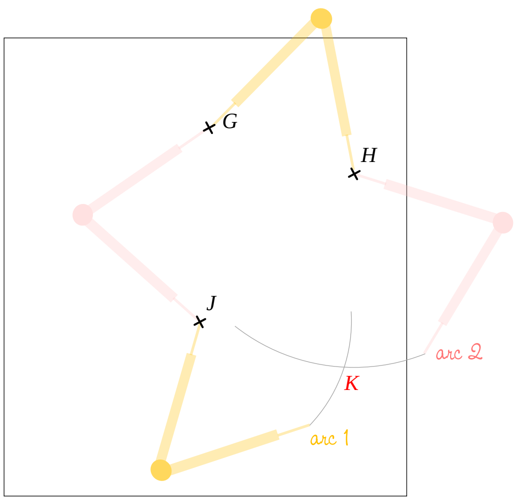


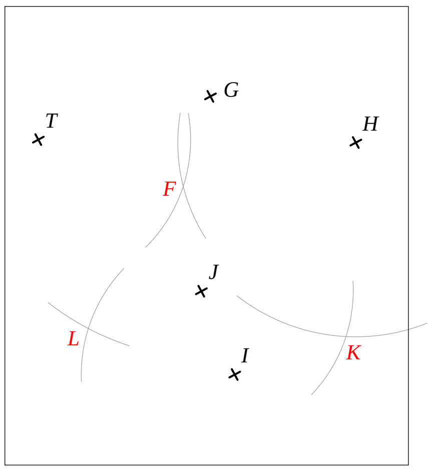
2.



ÉTAPE 1 ÉTAPE 2 ÉTAPE 3

3.





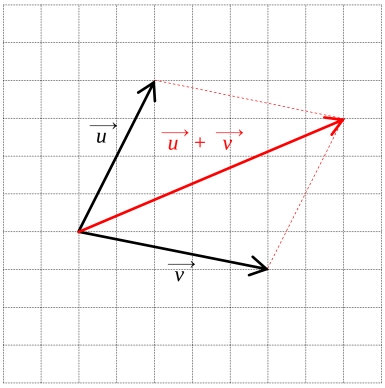
Correction détaillée de la construction de K :

- je reporte la longueur GH en partant de J (arc 1) ;
- puis je reporte la longueur GJ en partant de H (arc 2) .

On pourrait tracer les vecteurs pour bien voir qu'ils sont égaux mais on n'a pas le droit d'utiliser la règle...

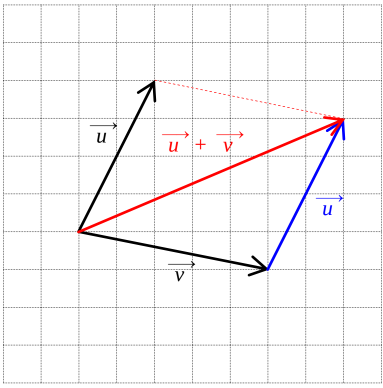
Correction complète avec les arcs de cercle comme seuls traits de construction.

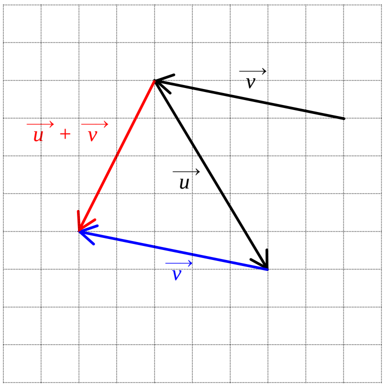
③ **1.**



← Méthode 1
Les vecteurs sont de même origine.
On construit le 4ème point formant un parallélogramme.

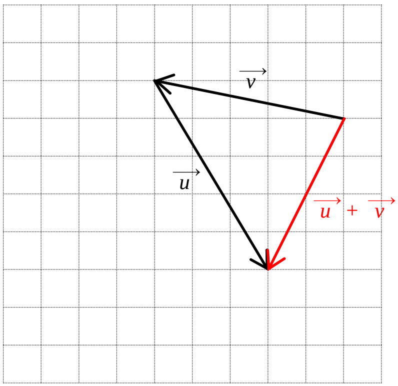
Méthode 2 →
On représente $\overrightarrow{u}$ pour qu'il soit consécutif à $\overrightarrow{v}$
(on aurait pu aussi représenter $\overrightarrow{v}$ pour qu'il soit consécutif à $\overrightarrow{u}$).

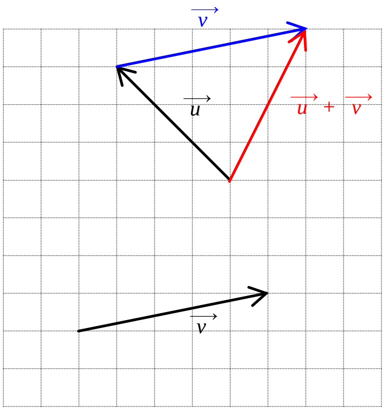




← Méthode 1
On représente $\overrightarrow{v}$ pour qu'il soit consécutif à $\overrightarrow{u}$.

Méthode 2 →
Mais c'était inutile car, $\overrightarrow{u}$ étant déjà consécutif à $\overrightarrow{v}$, on pouvait tracer $\overrightarrow{v}+\overrightarrow{u}$ qui est parfaitement égal à $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$!

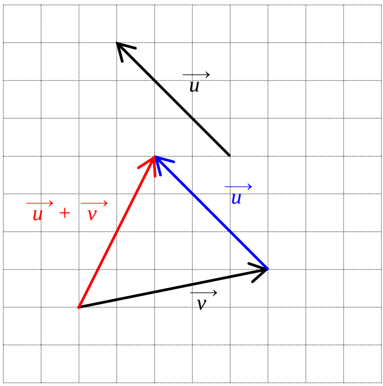




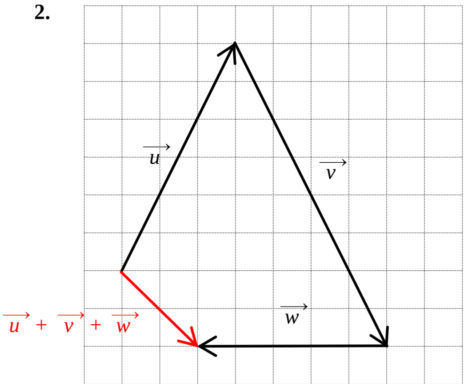
Les vecteurs ne sont ni consécutifs ni de même origine, il faut en déplacer un.

← Méthode 1
Soit $\overrightarrow{v}$ pour qu'il soit consécutif à $\overrightarrow{u}$.

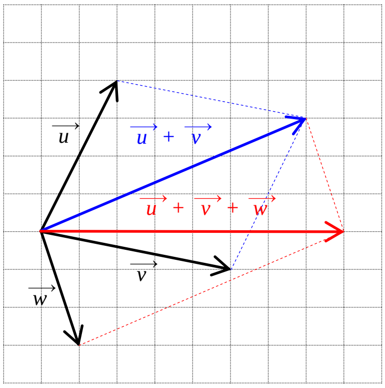
Méthode 2 →
Soit $\overrightarrow{u}$ pour qu'il soit consécutif à $\overrightarrow{v}$.



2.



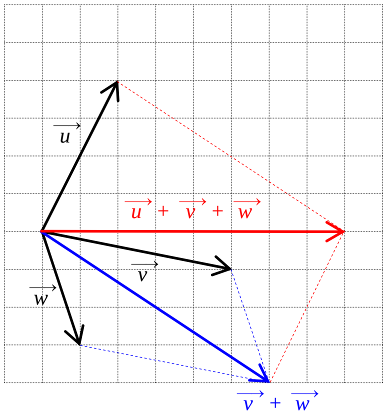
← Rien de plus simple puisque les trois vecteurs sont consécutifs.

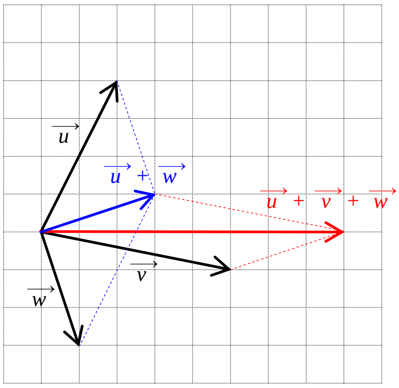


Les vecteurs sont de même origine.

← Méthode 1
Construire $\vec{u} + \vec{v}$, puis ajouter $\vec{w}$.

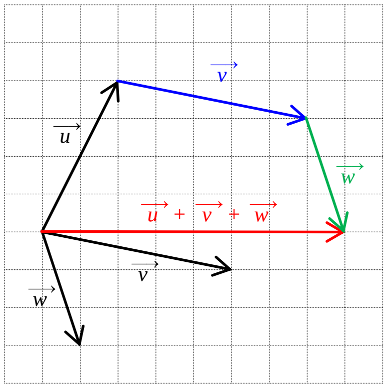
Méthode 2 →
Construire $\vec{v} + \vec{w}$, puis ajouter $\vec{u}$.

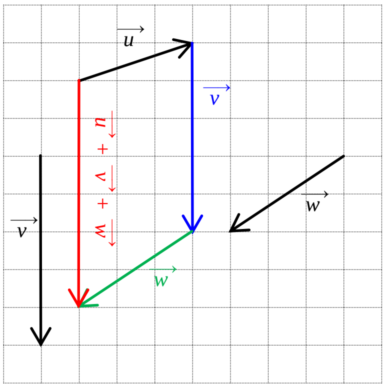




← Méthode 3
Construire $\vec{u} + \vec{w}$, puis ajouter $\vec{v}$.

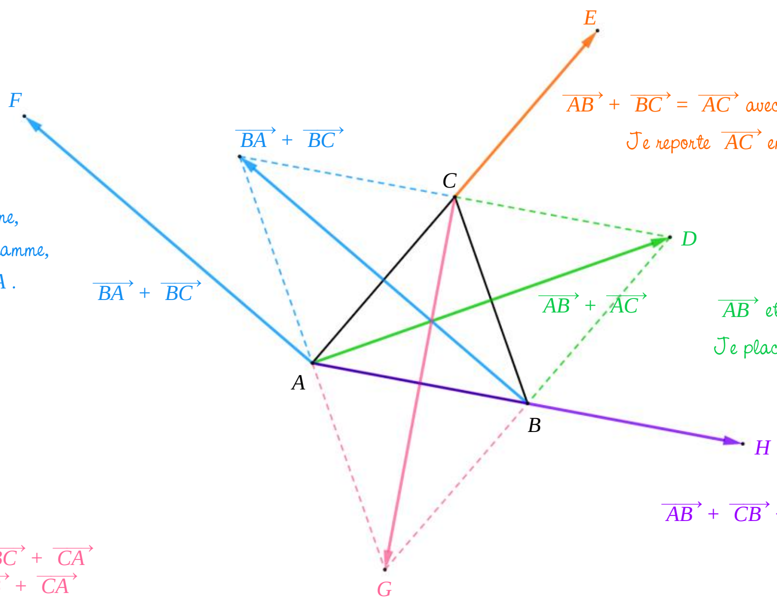
Méthode 4 →
Représenter $\vec{v}$ pour qu'il soit consécutif à $\vec{u}$
, puis représenter $\vec{w}$
pour qu'il soit consécutif à $\vec{v}$.
C'est certainement le plus efficace...





← La méthode la plus efficace est de représenter les vecteurs pour qu'ils soient consécutifs.

④ **1.**



$\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont de même origine,
je trace la somme avec un parallélogramme,
puis je le reporte en partant de A .

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ avec la relation de Chasles.
Je reporte $\overrightarrow{AC}$ en partant de C .

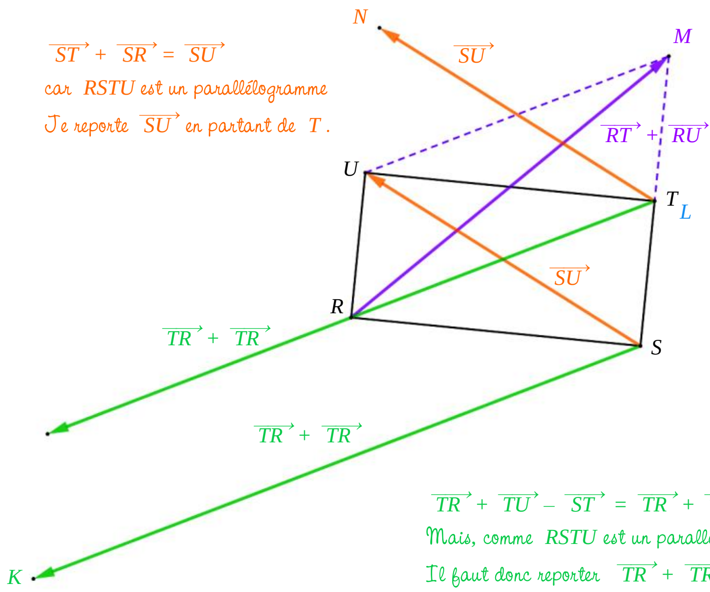
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont de même origine.
Je place D pour que $ABDC$ soit un parallélogramme.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$
$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CG} = -\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$
$= \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$
Je place G pour que $CAGB$ soit un parallélogramme.

2.

$\overrightarrow{ST} + \overrightarrow{SR} = \overrightarrow{SU}$
car $RSTU$ est un parallélogramme
Je reporte $\overrightarrow{SU}$ en partant de T.

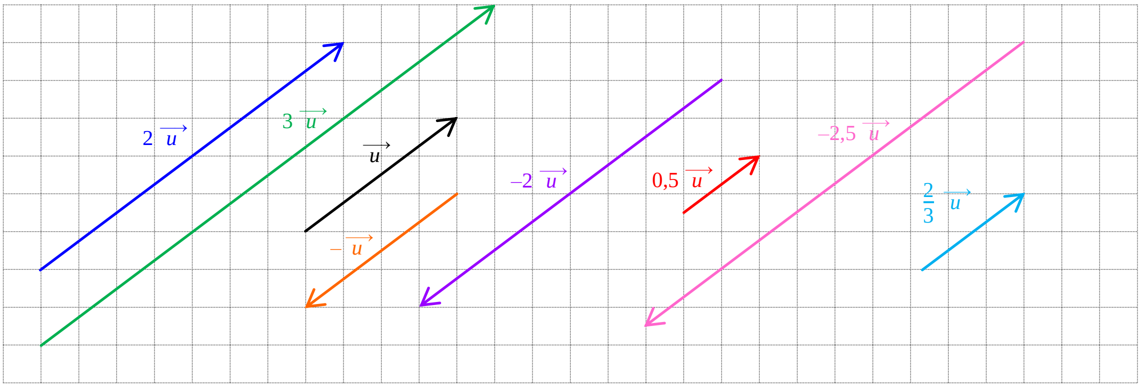


$\overrightarrow{RT}$ et $\overrightarrow{RU}$ sont de même origine.
Je place M pour que $RTMU$ soit un parallélogramme.

$\overrightarrow{SU} + \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{SU} = \overrightarrow{RU}$
d'après la relation de Chasles.
Mais si je reporte $\overrightarrow{RU}$ en partant de S,
je tombe sur T car $RSTU$ est un parallélogramme.

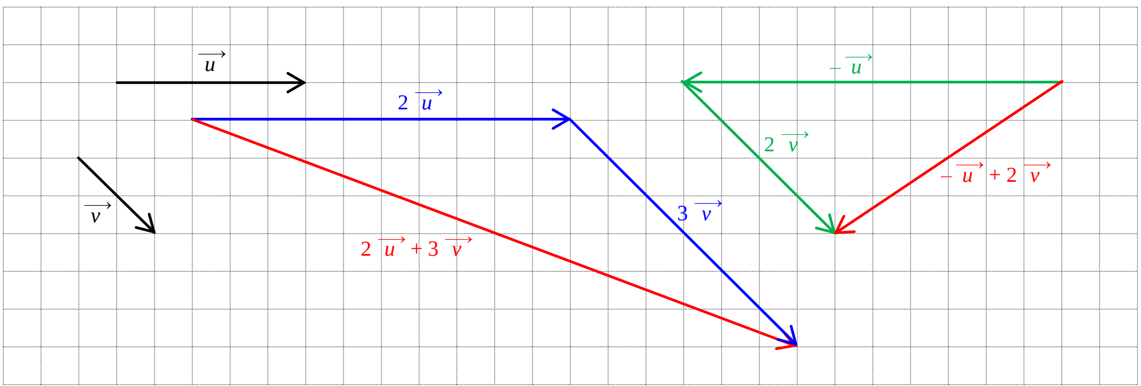
$\overrightarrow{TR} + \overrightarrow{TU} - \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{TR} + \overrightarrow{TU} + \overrightarrow{TS}$
Mais, comme $RSTU$ est un parallélogramme, $\overrightarrow{TU} + \overrightarrow{TS} = \overrightarrow{TR}$.
Il faut donc reporter $\overrightarrow{TR} + \overrightarrow{TR}$ en partant de S.

⑤



Attention, tous ces vecteurs peuvent être représentés où on veut, à condition de respecter la direction, le sens et la longueur.

⑥



Attention, tous ces vecteurs peuvent être représentés où on veut, à condition de respecter la direction, le sens et la longueur.

⑦ Il y a généralement plusieurs vecteurs qui conviennent, mais nous ne proposons que le plus naturel.

1. $\overrightarrow{KD} = \overrightarrow{LE} = \overrightarrow{QJ} = \overrightarrow{PI}$ → Il n'y a que quatre manières d'exprimer ce vecteur avec les lettres données.

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CS} = \overrightarrow{AS}$ → Relation de Chasles.

$\overrightarrow{PF} + \overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PI}$ → I est le 4ème point du parallélogramme $PFIS$.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AH}$ → Idem.

$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{KO} = \overrightarrow{MO}$ → Relation de Chasles.

$\overrightarrow{HF} + \overrightarrow{HJ} = \vec{0}$ → Les deux vecteurs sont opposés.

$\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CQ}$

$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{SH} = \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{KJ}$ → Relation de Chasles après avoir remis dans l'ordre

$\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KQ} = \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KQ} = \overrightarrow{KH}$ → Faire d'abord $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KL}$ qui donne $\overrightarrow{KB}$.

$\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{ML} = \overrightarrow{MA}$ → $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MP}$ sont impossibles à faire car ils sortent du dessin, il faut donc faire d'abord $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MP}$ qui donne $\overrightarrow{ML}$.

2. $\overrightarrow{HO} + \overrightarrow{OL} = \overrightarrow{HL}$
$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{AL}$
$\overrightarrow{LI} + \overrightarrow{IL} = \overrightarrow{0}$
$\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GL} = \overrightarrow{ML} = \overrightarrow{CB}$

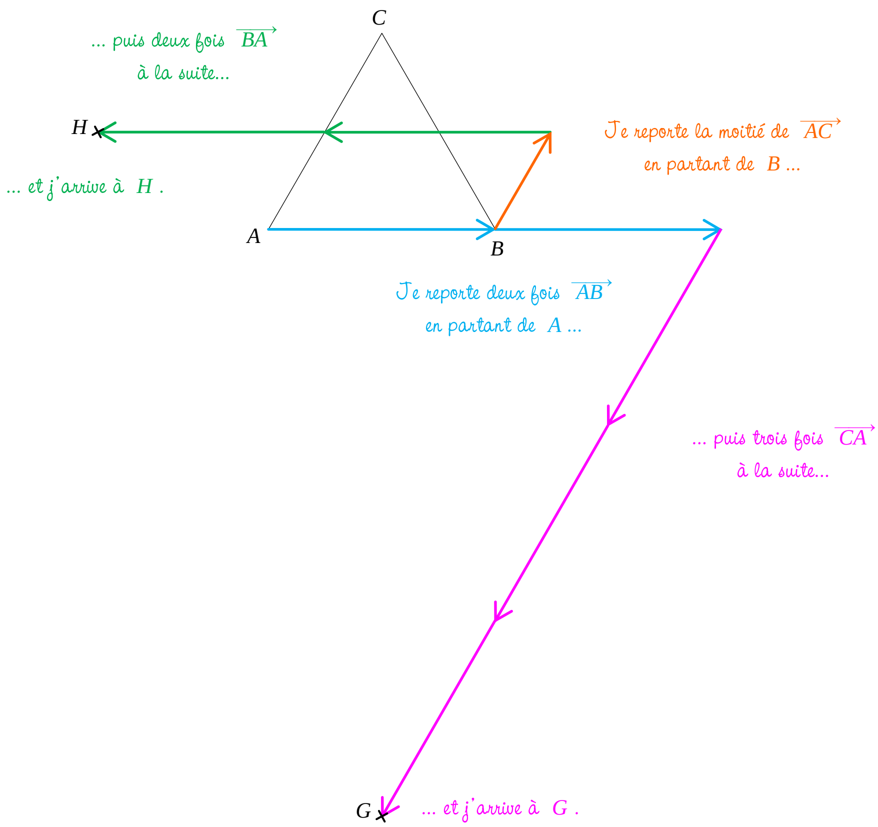
3. $3\,\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$
$-\overrightarrow{PE} = \overrightarrow{EP}$
$\frac{1}{2}\,\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AH}$
$2\,\overrightarrow{GI} = \overrightarrow{FJ}$
$-2\,\overrightarrow{KG} = \overrightarrow{CK}$
$1{,}5\,\overrightarrow{TH} = \overrightarrow{TB}$
$\frac{2}{3}\,\overrightarrow{JG} = \overrightarrow{JH}$
$-3\,\overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{TB}$
$\frac{1}{3}\,\overrightarrow{EQ} = \overrightarrow{EI}$
$-\frac{2}{3}\,\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{LB}$

4. $2\,\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AR}$

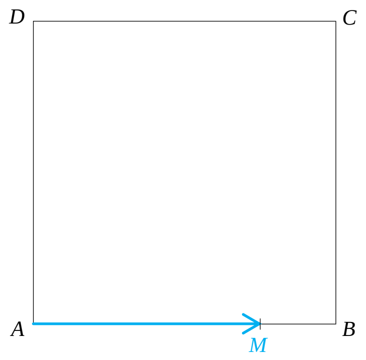
$2\,\overrightarrow{AH} + 3\,\overrightarrow{ON} + 2\,\overrightarrow{LG} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OL} + \overrightarrow{LB} = \overrightarrow{AB}$

$2\,\overrightarrow{JH} - \overrightarrow{SG} = \overrightarrow{JF} + \overrightarrow{GS} = \overrightarrow{JF} + \overrightarrow{FR} = \overrightarrow{JR}$

⑧ **1.** Je commence par transformer $\begin{cases} 2\,\overrightarrow{AB} - 3\,\overrightarrow{AC} \text{ en } 2\,\overrightarrow{AB} + 3\,\overrightarrow{CA} \\ \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - 2\,\overrightarrow{AB} \text{ en } \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + 2\,\overrightarrow{BA}. \end{cases}$



2. **a.** Nous sommes dans une situation complexe où le point M cherché est lié à deux points différentes A et B dans les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{MB}$.
Suivons les indications de l'énoncé :



$\overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{MB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 3\,(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB})$ $\longrightarrow$ Relation de Chasles.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{MA} + 3\,\overrightarrow{AB}$ $\longrightarrow$ Je développe.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} - 3\,\overrightarrow{MA} = 3\,\overrightarrow{AB}$ $\longrightarrow$ Je supprime $3\,\overrightarrow{MA}$ de chaque côté.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + 3\,\overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{AB}$ $\longrightarrow$ Je transforme $-3\,\overrightarrow{MA}$ en $3\,\overrightarrow{AM}$.

$\Leftrightarrow 4\,\overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{AB}$ $\longrightarrow$ Je réduis.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\,\overrightarrow{AB}$ $\longrightarrow$ Je divise de chaque côté par 4.

b. $\overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{MB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = 3\,\overrightarrow{MB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 3\,\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{BM}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 3\,\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = 4\,\overrightarrow{MB}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MB} = \frac{1}{4}\,\overrightarrow{AB}$ $\longrightarrow$ Je divise de chaque côté par 4.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BM} = \frac{1}{4}\,\overrightarrow{BA}$ $\longrightarrow$ J'inverse les deux vecteurs pour avoir M comme point d'arrivée.

Cette relation donne bien sûr le même point M que dans le **a.** .

c. $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{CN}$ $\longrightarrow$ Le point N est lié à trois points…

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN}) + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BN})$ $\longrightarrow$ Choisissons de lier N à B avec deux fois la relation de Chasles (parenthèses inutiles).

$\Leftrightarrow -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BN}$ $\longrightarrow$ Je supprime le $\overrightarrow{AB}$ et le $\overrightarrow{CB}$ de droite et le $\overrightarrow{BN}$ de gauche.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BN}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BD}$ car $ABCD$ est un parallélogramme

Donc le point N est simplement le point D !

d. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{0}$ $\longrightarrow$ Le point O est lié à quatre points…

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AO}) + (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AO}) + (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AO}) = \overrightarrow{0}$ $\longrightarrow$ Relation de Chasles trois fois (parenthèses inutiles).

$\Leftrightarrow 4\,\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{0}$

$\Leftrightarrow 4\,\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ $\longrightarrow$ Je supprime le $\overrightarrow{BA}$, le $\overrightarrow{CA}$ et le $\overrightarrow{DA}$ de gauche et j'inverse directement les lettres.

$\Leftrightarrow 4\,\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}$ car $ABCD$ est un parallélogramme $\longrightarrow$ En effet, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ vaut $\overrightarrow{AC}$.

$\Leftrightarrow 4\,\overrightarrow{AO} = 2\,\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{2}{4}\,\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AC}$

Donc le point O est le milieu de la diagonale $[AC]$ facile à placer.

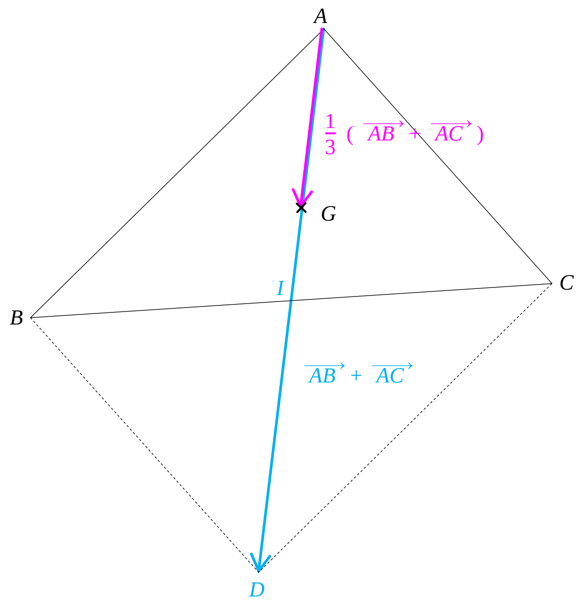
3. Cela ressemble à la **2. b.**.

$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AG}) + (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AG}) = \overrightarrow{0}$ $\longrightarrow$ Relation de Chasles.

$\Leftrightarrow 3\,\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$



L'extrémité D de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ est tel que $ABDC$ est un parallélogramme.
Donc $[AD]$ est une diagonale de $ABDC$ qui coupe $[BC]$ en son milieu I.
Donc $[AI]$ est une médiane du triangle ABC.
Le point G est aux $\frac{2}{3}$ de cette médiane $[AI]$, c'est le **centre de gravité** de ABC.

En liant G à B au lieu de A, on l'aurait trouvé aux $\frac{2}{3}$ de la médiane issue de B.

Et en liant G à C, on l'aurait trouvé aux $\frac{2}{3}$ de la médiane issue de B.