Savoir CONSTRUIRE DES VECTEURS OU AVEC DES VECTEURS

Ce qu'il faut savoir faire :

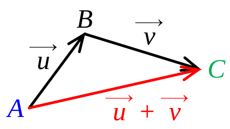
Construire un vecteur

- *Remarque* : On oublie souvent de préciser qu'on construit un représentant du vecteur.
  Remarque : Un représentant de vecteur peut se tracer partout, n'importe où, où on veut... C'est le don d'ubiquité.
- **Méthode 1** : Si vous avez deux points A et B, rien de plus simple pour tracer $\overrightarrow{AB}$:
  - reliez A et B par une flèche qui va de A vers B.
- **Méthode 2** : Si vous devez respecter un triplet (direction ; sens ; longueur), vous devez trouver dans la consigne :
  - la direction : ça peut être (la direction d'une droite / ou d'un autre vecteur,) à reporter à l'équerre et à la règle ;
  - le sens : on peut (vous dire d'aller de ... vers ... / ou vous donner le sens d'un autre vecteur
  - la longueur : ça peut être (la longueur en cm (ou autre) / la longueur d'un segment / la longueur d'un autre vecteur,) à reporter (au compas / ou à la règle graduée.
- **Méthode 3** : Si vous devez construire un vecteur égal à un autre :
  - tracez un parallélogramme en deux coups de compas.

⚠ N'effacez pas vos traits de construction.
Et même, faites des arcs de cercle pas trop petits pour qu'on voie que vous avez utilisé le compas.

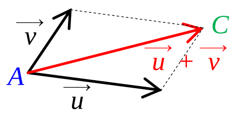
- **Méthode 4** : Si vous devez construire un vecteur égal à un autre sur papier quadrillé ou pointé :
  - reproduisez le parcours du point de départ au point d'arrivée en comptant les carreaux.

Construire une somme de vecteurs



- **Méthode 1** : Si les représentants des vecteurs sont *consécutifs* :
  - reliez le point de départ du 1er vecteur et le point d'arrivée du 2ème vecteur.

  C'est l'illustration de la relation de Chasles : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$



- **Méthode 2** : Si les représentants des vecteurs ont *même point de départ* :
  - construisez le 4ème point du parallélogramme,
  - reliez le point de départ et 4ème point.

  C'est l'illustration de la propriété : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ avec D tel que $ABDC$ parallélogramme.
- **Méthode 3** : Si les représentants des vecteurs ne sont *ni consécutifs ni de même point de départ* :
  - représentez-les où vous voulez pour vous ramener à une des deux méthodes précédentes.
- *Remarque* : Si vous avez une somme de trois vecteurs ou plus, vous avez intérêt à les représenter consécutifs.
- *Remarque* : Si vous rencontrez une différence $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}$, c'est simplement la somme $\overrightarrow{u}+(-\overrightarrow{v})$, où $-\overrightarrow{v}$ est le vecteur opposé à $\overrightarrow{v}$, de même direction et même longueur mais de sens opposé.

  Ainsi, si vous rencontrez un $-\overrightarrow{AB}$, transformez-le immédiatement en $\overrightarrow{BA}$.

Construire le produit d'un vecteur par un réel

- **Méthode 1** : Pour un réel k positif, le vecteur $k\overrightarrow{u}$ a { la même direction que $\overrightarrow{u}$ / le même sens que $\overrightarrow{u}$ / une longueur k fois plus longue que $\overrightarrow{u}$.

  Remarque : Le vecteur $k\overrightarrow{u}$ sera donc plus court que $\overrightarrow{u}$ si $k<1$, et plus long que $\overrightarrow{u}$ si $k>1$.
- **Méthode 2** : Si k est négatif, $k\overrightarrow{u}$ est dans le sens opposé.

Construire un point défini par une égalité vectorielle

- *Situations simples* : On vous donne un point A et un vecteur $\overrightarrow{u}$ et il faut placer un point M tel que :

  ($\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{u}$: dans ce cas, M est point d'arrivée
  ou $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{u}$: dans ce cas, M est point de départ... Attention à ne pas vous faire piéger...

Méthode : Cela consiste à tracer un vecteur égal à $\overrightarrow{u}$ en partant de A ou en arrivant à A.

- *Remarque* : Si on vous demande de construire A' le translaté de A suivant le vecteur $\overrightarrow{u}$ (ou l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$), il s'agit de placer A' tel que $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{u}$: c'est le premier cas ci-dessus.

- *Situations complexes* : Le point M à placer est dans plusieurs vecteurs de l'égalité vectorielle.

  Par exemple, si l'égalité contient $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM}$, la relation de Chasles permet de remplacer $\overrightarrow{BM}$ par $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}$ et M n'est plus lié qu'au point A .

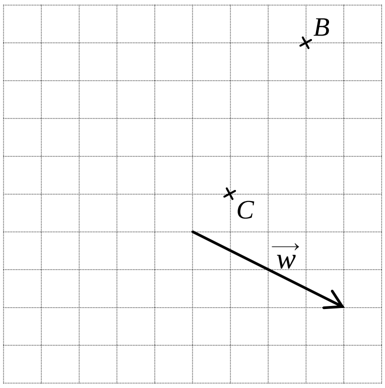
Remarques sur les exercices

- Vous aurez besoin d'imprimer les pages suivantes pour faire les constructions demandées.
- Les exercices ① et ② sont des constructions avec de simples vecteurs.
- Les exercices ③ et ④ demandent des constructions de sommes de vecteurs.
- L'exercice ⑤ demande des constructions de produits de vecteurs par des réels.
- Les exercices ⑥ et ⑦ mélangent tout.
- L'exercice ⑧ consiste à placer des points dans des situations complexes.

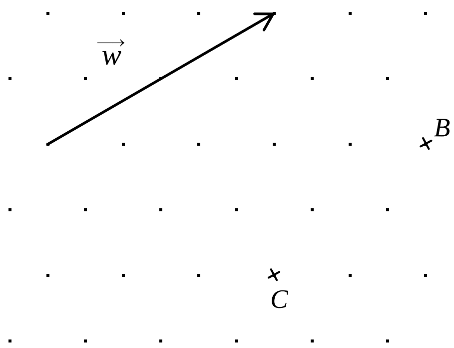
① Pour chacune des deux questions ci-dessous, ne pas utiliser d'instrument de construction dans la zone quadrillée n°1 et dans la zone pointée n°2, puis utiliser une équerre et un compas dans la zone blanche n°3 :

1. Construire un représentant du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ de direction (BC), de sens B vers C et de longueur $2\,BC$.

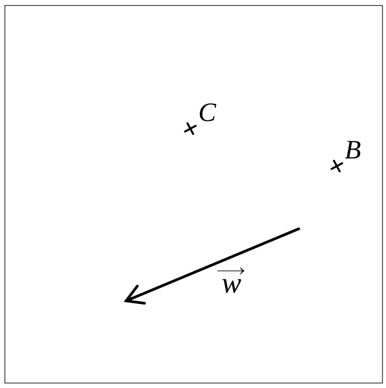
2. Construire un représentant du vecteur $\vec{v}$ de même direction et de même longueur que $\vec{w}$, mais de sens contraire.



zone n°1



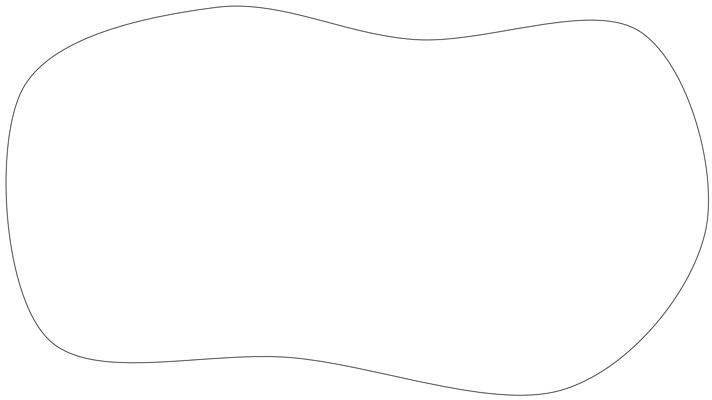
zone n°2



zone n°3

3. Construire dans la zone n°4 :

- un vecteur $\vec{u_1}$ de direction horizontale, allant vers la droite et de longueur 6,3 cm ;
- un vecteur $\vec{u_2}$ de direction perpendiculaire à la diagonale ⧄ de la feuille imprimée, allant vers le haut et de longueur 4 cm.

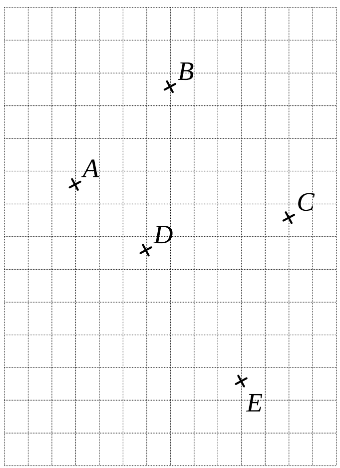


zone n°4

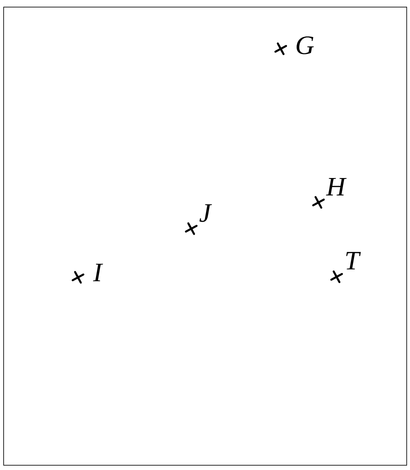
② **1.** Dans la zone n°1, construire sans traits de construction les points M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CE}$, N tel que $\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{ED}$ et R tel que $\overrightarrow{DR} = \overrightarrow{AD}$.

2. Dans la zone n°2, utiliser la règle (sans ses graduations), l'équerre et le compas pour construire les points K tel que $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{GH}$, L tel que $\overrightarrow{LI} = \overrightarrow{GH}$ et F tel que $\overrightarrow{TF} = \overrightarrow{GH}$. Laisser les traits de construction.

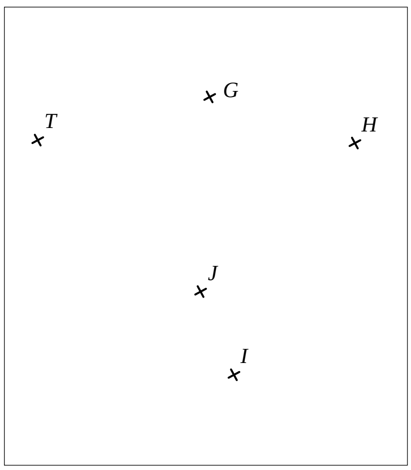
3. Dans la zone n°3, même consigne que **2.** mais en ne se servant que du compas.



zone n°1

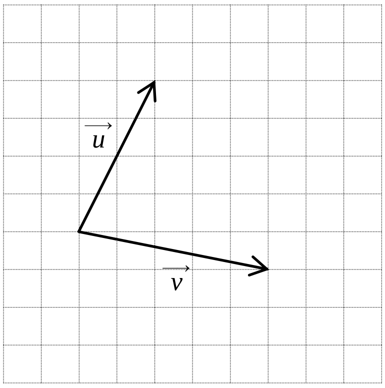


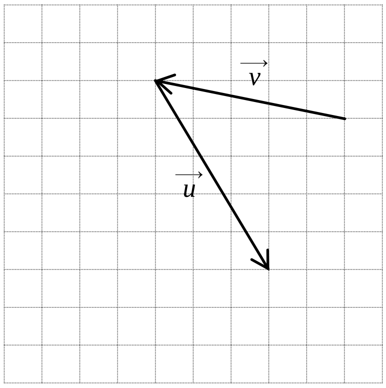
zone n°2

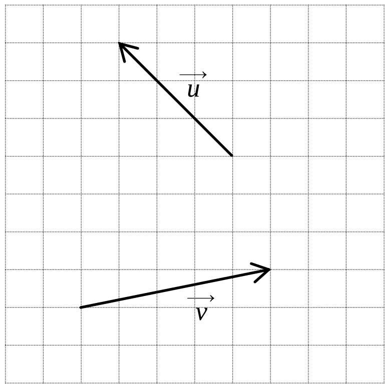


zone n°3

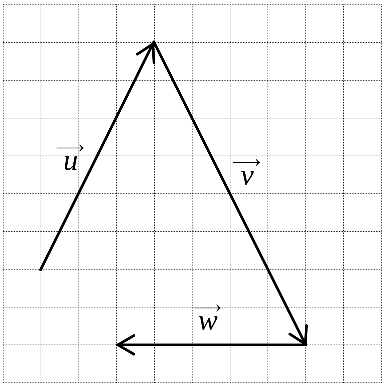
③ **1.** Dans chaque cadre, construire en rouge un représentant du vecteur $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.

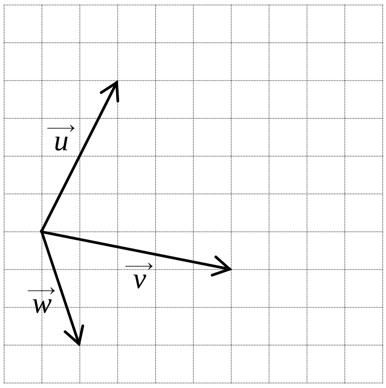


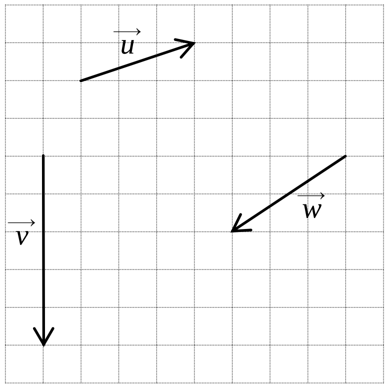




2. Dans chaque cadre, construire en rouge un représentant du vecteur $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{w}$.







---

④ **1.** Dans un triangle équilatéral ABC de côté 4 cm *(à tracer au centre de la feuille car cela va prendre de la place...)*, construire les points :

D tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$,

E tel que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$,

F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$,

G tel que $\overrightarrow{CG} = -\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$,

H tel que $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.

2. Dans un rectangle $RSTU$ de côtés $RS = 6$ cm et $RU = 3$ cm , construire les points :

M tel que $\overrightarrow{RM} = \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{RU}$,

N tel que $\overrightarrow{TN} = \overrightarrow{ST} + \overrightarrow{SR}$,

L tel que $\overrightarrow{SL} = \overrightarrow{SU} + \overrightarrow{RS}$,

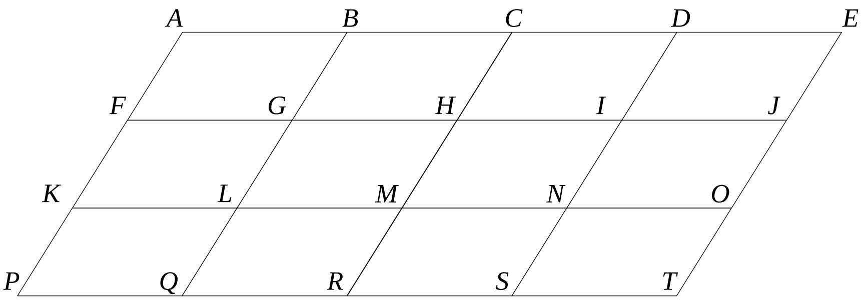
K tel que $\overrightarrow{SK} = \overrightarrow{TR} + \overrightarrow{TU} - \overrightarrow{ST}$.

---

⑤ Construire un représentant des vecteurs suivants : $2\overrightarrow{u}$; $3\overrightarrow{u}$; $-\overrightarrow{u}$; $-2\overrightarrow{u}$; $0{,}5\overrightarrow{u}$; $-2{,}5\overrightarrow{u}$; $\frac{2}{3}\overrightarrow{u}$.

⑥ Construire un représentant des vecteurs suivants : $2\overrightarrow{u}+3\overrightarrow{v}$; $-\overrightarrow{u}+2\overrightarrow{v}$.

⑦



pavage régulier de parallélogrammes tous identiques

Compléter par un vecteur qui convient :

1. $\overrightarrow{KD}$ = ... = ... = ... ; $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CS}$ = ... ; $\overrightarrow{PF}+\overrightarrow{PS}$ = ... ; $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AG}$ = ...

$\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BK}+\overrightarrow{KO}$ = ... ; $\overrightarrow{HF}+\overrightarrow{HJ}$ = ... ; $\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{CN}$ = ... ; $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{SH}$ = ...

$\overrightarrow{MJ}+\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{AP}$ = ... ; $\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KL}+\overrightarrow{KQ}$ = ... ; $\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MP}$ = ...

2. $\overrightarrow{HO}$ + ... = $\overrightarrow{HL}$; $\overrightarrow{AC}$ + ... + $\overrightarrow{KL}$ = $\overrightarrow{AL}$; $\overrightarrow{LI}$ + ... = $\overrightarrow{0}$; $\overrightarrow{MG}$ + ... = $\overrightarrow{CB}$

3. $3\overrightarrow{AB}$ = ... ; $-\overrightarrow{PE}$ = ... ; $\frac{1}{2}\overrightarrow{AO}$ = ... ; $2\overrightarrow{GI}$ = ... ; $-2\overrightarrow{KG}$ = ... ;

$1{,}5\overrightarrow{TH}$ = ... ; $\frac{2}{3}.\overrightarrow{JG}$ = ... ; $-3\overrightarrow{DJ}$ = ... ; $\frac{1}{3}\overrightarrow{EQ}$ = ... ; $-\frac{2}{3}\overrightarrow{BQ}$ = ...

4. $2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AF}$ = ... ; $2\overrightarrow{AH}+3\overrightarrow{ON}+2\overrightarrow{LG}$ = ... ; $2\overrightarrow{JH}-\overrightarrow{SG}$ = ...

⑧ *Les questions* **1.**, **2.** *et* **3.** *sont indépendantes.*

1. Dans un triangle équilatéral ABC de côté 4 cm, construire les points G tel que $\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$ et H tel que $\overrightarrow{AH}=-2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}$.

2. On se place dans un carré $ABCD$ de côté 8 cm.

a. On veut construire le point M tel que $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MB}$.

En écrivant $\overrightarrow{MB}$ sous la forme $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}$ grâce à la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

En déduire la construction de M .

b. Refaire la construction de M en écrivant $\overrightarrow{AM}$ sous la forme $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}$.

c. Utiliser la technique du **a.** et du **b.** pour construire N tel que $\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{CN}$, puis O tel que $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{0}$.

2. Dans un triangle quelconque ABC , on considère le point G tel que $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{0}$.
Construire G .