Correction de 2de - CALCUL ALGÉBRIQUE - Fiche 6

①

$A = 15x^2 + 10x$

$= 3\times5\times x\times x + 2\times5\times x$ → *Je décompose.*

$= 5x\,(\,3x + 2\,)$ → *J'écris dans les parenthèses ce qui reste après avoir enlevé* 5 *et* x *dans* $3\times\cancel{5}\times\cancel{x}\times x + 2\times\cancel{5}\times\cancel{x}$*, c'est-à-dire* $3x + 2$.

$B = 6x^2y - 2xy$

$= 2\times3\times x\times x\times y - 2\times x\times y$

$= 2xy\,(\,3x - 1\,)$ → *De* $\cancel{2}\times3\times\cancel{x}\times x\times\cancel{y} - \cancel{2}\times\cancel{x}\times\cancel{y}$ *, il ne reste que* $3x - \mathbf{1}$ *car on peut écrire* $\cancel{2}\times3\times\cancel{x}\times x\times\cancel{y} - \cancel{2}\times\cancel{x}\times\cancel{y}\times\mathbf{1}$.

$C = 2x\,(\,x + 7\,) - 5\,(\,x + 7\,)$

$= (\,x + 7\,)\,(\,2x - 5\,)$ → *De* $2x\,\cancel{(\,x + 7\,)} - 5\,\cancel{(\,x + 7\,)}$ *, il ne reste que* $2x - 5$.

$D = (\,5a - 1\,)\,(\,3a + 4\,) + (\,5a - 1\,)\,(\,10 - a\,)$

$= (\,5a - 1\,)\,[\,(\,3a + 4\,) + (\,10 - a\,)\,]$ → *De* $\cancel{(\,5a - 1\,)}\,(\,3a + 4\,) + \cancel{(\,5a - 1\,)}\,(\,10 - a\,)$ *, il ne reste que* $(\,3a + 4\,) + (\,10 - a\,)$.

$= (\,5a - 1\,)\,(\,3a + 4 + 10 - a\,)$ → *L'étape précédente peut néanmoins être sautée car, grâce au +, les parenthèses* $(\;)$ *ne sont pas utiles.*

$= (\,5a - 1\,)\,(\,2a + 14\,)$ → *Je n'oublie pas de réduire.*

$E = (\,7x - 6\,)\,2x - (\,7x - 6\,)\,(\,1 - 4x\,)$

$= (\,7x - 6\,)\,[\,2x - (\,1 - 4x\,)\,]$ → *Contrairement au* D *, cette étape est indispensable à cause du* $-$ *devant* $(\,1 - 4x\,)$.

$= (\,7x - 6\,)\,(\,2x - 1 + 4x\,)$ → *Je supprime les parenthèses en distribuant le* $-$ *sur* 1 *et* $-4x$ *, ce qui leur change les signes.*

$= (\,7x - 6\,)\,(\,6x - 1\,)$ → *Je réduis.*

$F = 18n^3 - 12n^2 + 15n^5$

$= 2\times3\times3\times n\times n\times n - 2\times2\times3\times n\times n + 3\times5\times n\times n\times n\times n\times n$ → *On n'est pas vraiment obligé de décomposer tous ces* n *! On doit voir qu'il y en a 2 en commun...*

$= 3\times6\times n^2\times n - 3\times4\times n^2 + 3\times5\times n^2\times n^3$ → *Ceux qui sont à l'aise avec les puissances peuvent passer directement à cette étape.*

$= 3n^2\,(\,6n - 4 + 5n^3\,)$

$G = (\,3x - 2\,)^2 - (\,8x - 3\,)\,(\,3x - 2\,)$

$= (\,3x - 2\,)\,(\,3x - 2\,) - (\,8x - 3\,)\,(\,3x - 2\,)$ → *Je décompose* $(\,3x - 2\,)^2$ *en* $(\,3x - 2\,)\,(\,3x - 2\,)$ *pour faire apparaître le facteur commun...*

$= (\,3x - 2\,)\,[\,(\,3x - 2\,) - (\,8x - 3\,)\,]$ → *... mais avec de l'habitude, vous n'en aurez plus besoin.*

$= (\,3x - 2\,)\,(\,3x - 2 - 8x + 3\,)$

$= (\,3x - 2\,)\,(\,-5x + 1\,)$

$H = (\,11y - 5\,)^2 - (\,11y - 5\,)$

$= (\,11y - 5\,)\,(\,11y - 5\,) - (\,11y - 5\,)$

$= (\,11y - 5\,)\,[\,(\,11y - 5\,) - 1\,]$ → *De* $\cancel{(\,11y - 5\,)}\,(\,11y - 5\,) - \cancel{(\,11y - 5\,)}\times\mathbf{1}$ *, il ne reste que* $(\,11y - 5\,) - \mathbf{1}$.

$= (\,11y - 5\,)\,(\,11y - 5 - 1\,)$ → *On pouvait directement passer à cette étape car les parenthèses* $(\;)$ *ne sont pas utiles.*

$= (\,11y - 5\,)\,(\,11y - 6\,)$

$I = (\,6x - 1\,)\,(\,-5x + 2\,) + (\,6x - 1\,)^2 - (\,x - 3\,)\,(\,6x - 1\,)$

$= (\,6x - 1\,)\,[\,(\,-5x + 2\,) + (\,6x - 1\,) - (\,x - 3\,)\,]$ → *Avez-vous vu qu'on a décomposé* $(\,6x - 1\,)^2$ *en* $(\,6x - 1\,)\,(\,6x - 1\,)$ *?*

$= (\,6x - 1\,)\,(\,-5x + 2 + 6x - 1 - x + 3\,)$

$= (\,6x - 1\,)\,4$ → *Tiens ! Il ne reste plus de* x *...*

$= 4\,(\,6x - 1\,)$ → *J'améliore l'écriture.*

$J = (\,3x + 7\,)\,(\,2 - 3x\,) + 2x\,(\,3x + 7\,) - (\,3x + 7\,)$

$= (\,3x + 7\,)\,[\,(\,2 - 3x\,) + 2x - 1\,]$ → *De* $\cancel{(\,3x + 7\,)}\,(\,2 - 3x\,) + 2x\,\cancel{(\,3x + 7\,)} - \cancel{(\,3x + 7\,)}\times\mathbf{1}$ *, il ne reste que* $(\,2 - 3x\,) + 2x - \mathbf{1}$.

$= (\,3x + 7\,)\,(\,2 - 3x + 2x - 1\,)$ → *On pouvait directement passer à cette étape car les parenthèses* $(\;)$ *ne sont pas utiles.*

$= (\,3x + 7\,)\,(\,-x + 1\,)$

---

②

$A = 25x^2 + 30x + 9$ → *Je reconnais* $a^2 + 2ab + b^2$ ...

$= (5x)^2 + 2\times5x\times3 + 3^2$ → *... avec* $\begin{cases} 25x^2 \text{ qui est le carré de } 5x \text{ (c'est mon } a\text{)} \\ 9 \text{ qui est le carré de } 3 \text{ (c'est mon } b\text{)} \\ 30x \text{ qui est bien le double du produit de } 5x \text{ et } 3\,. \end{cases}$

$= (\,5x + 3\,)^2$ → *J'écris* $(\,a + b\,)^2$.

$B = 100x^2 - 1$ → *Je reconnais* $a^2 - b^2$ ...

$= (10x)^2 - 1^2$ → *... avec* $\begin{cases} 100x^2 \text{ qui est le carré de } 10x \text{ (c'est mon } a\text{)} \\ 1 \text{ qui est le carré de } 1 \text{ (c'est mon } b\text{)} \end{cases}$

$= (\,10x - 1\,)\,(\,10x + 1\,)$ → *J'écris* $(\,a - b\,)\,(\,a + b\,)$.

$C = 4b^2 - 28b + 49$

$= (2b)^2 - 2\times2b\times7 + 7^2$

$= (\,2b - 7\,)^2$

$D = (3x+7)^2 - (4x-3)^2$ → Je reconnais $a^2 - b^2$ avec $\begin{cases} (3x+7)^2 \text{ qui est bien sûr le carré de } (3x+7) \text{ (c'est mon } a) \\ (4x-3)^2 \text{ qui est le carré de } (4x-3) \text{ (c'est mon } b) \end{cases}$

$= [(3x+7)+(4x-3)][(3x+7)-(4x-3)]$ → J'écris $(a-b)(a+b)$.

$= (3x+7+4x-3)(3x+7-4x+3)$ → Je supprime les parenthèses en changeant les signes de $4x$ et 3 dans le deuxième facteur.

$= (7x+4)(-x+10)$ → Je réduis.

$E = (5x-1)^2 - 25$ → Je reconnais $a^2 - b^2$ avec $\begin{cases} (5x-1)^2 \text{ qui est le carré de } (5x-1) \text{ (c'est mon } a) \\ 25 \text{ qui est le carré de } 5 \text{ (c'est mon } b) \end{cases}$

$= (5x-1)^2 - 5^2$

$= (5x-1+5)(5x-1-5)$

$= (5x+4)(5x-6)$

Réponse seule : $F = (12-9x)(12+9x)$

Réponse seule : $G = (3-x)(-1+x)$

Réponse seule : $H = (0{,}5x+1)^2$

Réponse seule : $I = (m-11)^2$

$J = -36x + 81x^2 + 4$

$= 81x^2 - 36x + 4$ → Les termes étaient juste dans le mauvais ordre...

$= (9x)^2 - 2\times 9x\times 2 + 2^2$

$= (9x-2)^2$

Réponse seule : $K = (x-10)(13x-12)$

$L = 9x^2 - 2$ → Ce ne peut être que $a^2 - b^2$ avec $\begin{cases} 9x^2 \text{ qui est le carré de } 3x \text{ (c'est mon } a) \\ 2 \text{ qui est le carré de ... mais de qui donc } 2 \text{ est-il le carré ?} \end{cases}$

$= (3x)^2 - (\sqrt{2})^2$ → Et oui... 2 est le carré de $\sqrt{2}$!

$= (3x+\sqrt{2})(3x-\sqrt{2})$

③ Réponse seule : $A = (3x-2)(-4x+9)$

Réponse seule : $B = (-7x+5)(13x-9)$

Réponse seule : $C = (8x-1)^2$

Réponse seule : $D = x(25x-4)$ → Vous n'avez pas utilisé $a^2 - b^2$ car $4x$ n'est pas un carré ! Mais heureusement, il y avait un facteur commun...

Réponse seule : $E = (2x+3)(4x-12)$

Réponse seule : $F = (6x-11)(6x+9)$

Réponse seule : $G = 6a^2b^3c(3 - 5a^3bc^3 + ab^4c)$

Réponse seule : $H = (6x+8y+2)(6x-8y-4)$

④ **1.** La 1ère expression $25x^2 - 50x + 9$ ressemble bien à $a^2 - 2ab + b^2$ avec $\begin{cases} 25x^2 \text{ qui est le carré de } 5x \\ 9 \text{ qui est le carré de } 3 \\ \textbf{mais le problème est que } 50x \textbf{ n'est pas le double du produit de } 5x \textbf{ et } 3 \textbf{ !!!} \end{cases}$

Et il n'y a pas de facteur commun...

NOUS NE SAVONS DONC PAS FACTORISER LA 1ÈRE EXPRESSION.

Mais on nous donne gentiment la 2ème expression, la forme factorisée à obtenir.

AU LIEU DE DÉMONTRER QUE LA 1ÈRE EXPRESSION EST ÉGALE À LA 2ÈME EXPRESSION,
NOUS ALLONS DÉMONTRER QUE LA 2ÈME EXPRESSION EST ÉGALE À LA 1ÈRE EXPRESSION...

$(5x-1)(5x-9) = 25x^2 - 45x - 5x + 9$

$= 25x^2 - 50x + 9$

Donc, $(5x-1)(5x-9)$ est bien la forme factorisée de $25x^2 - 50x + 9$.

2. De même ici, inutile de vouloir factoriser $2x^3 - 38x + 60$! Pas de facteur commun ni d'identité remarquable...

$(x-3)(x+5)(2x-4) = (x^2 + 5x - 3x - 15)(2x-4)$

$= (x^2 + 2x - 15)(2x-4)$

$= 2x^3 - 4x^2 + 4x^2 - 8x - 30x + 60$

$= 2x^3 - 38x + 60$

Donc, $(x-3)(x+5)(2x-4)$ est bien la forme factorisée de $2x^3 - 38x + 60$.

⑤ **1.** $A = (7x-2)(3x+5)+7x-2$

$= (7x-2)(3x+5)+(7x-2)$ → J'ajoute des parenthèses pour faire apparaître un facteur commun.

Pour être sûr de votre droit de les ajouter, vous pouvez vérifier qu'on peut revenir en arrière : $\ldots+(7x-2)$ est bien égal à $\ldots+7x-2$.

$= (7x-2)[(3x+5)+1]$ → On voit bien que $(7x-2)$ est un facteur commun, mais attention à ne pas oublier le 1 ...

$= (7x-2)(3x+6)$

$B = (1-11x)(6x-7)-6x+7$

$= (1-11x)(6x-7)-(6x-7)$ → Attention, l'ajout de parenthèses change les signes, et heureusement sinon on n'aurait pas de facteur commun.

Là aussi, voyez si on peut revenir en arrière : $\ldots-(6x-7)$ est bien égal à $\ldots-6x+7$.

Si on n'avait pas changé le signe de 7 , cela n'aurait pas fonctionné : $\ldots-(6x+7)$ est égal à $\ldots-6x-7$ et non à $\ldots-6x+7$.

$= (6x-7)[(1-11x)-1]$

$= (6x-7)(-11x)$ → Tiens, les 1 se sont éliminés...

$= -11x(6x-7)$ → C'est plus joli comme ça.

$C = 4a-2a(4a-3)-3$ → Pas de panique... Observez bien tous les termes...

$= 4a-3-2a(4a-3)$ → On vous les a juste mélangés...

$= (4a-3)-2a(4a-3)$ → J'ajoute les parenthèses.

$= (4a-3)(1-2a)$ → Et c'est fini !

$D = 8x-(13x-5)(-8x+1)-1$

$= 8x-1-(13x-5)(-8x+1)$ → Je remets les termes dans l'ordre, mais on voit qu'il y a un problème avec les signes...

$1^{ère}$ méthode :

$= -(-8x+1)-(13x-5)(-8x+1)$ → J'ajoute des parenthèses mais je les précède d'un $-$ pour m'obliger à changer les signes... Astucieux...

$= (-8x+1)[-1-(13x-5)]$

$= (-8x+1)(-1-13x+5)$ → On supprime soigneusement les parenthèses.

$= (-8x+1)(-13x+4)$

$2^{ème}$ méthode :

$= (8x-1)-(13x-5)(-1)(8x-1)$ → Je décide de garder $(8x-1)$ comme facteur commun et c'est $(-8x+1)$ que je modifie en $(-1)(8x-1)$.

$= (8x-1)[1-(13x-5)(-1)]$

$= (8x-1)[1+(13x-5)]$ → $-$ par $-$ donne $+$.

$= (8x-1)(1+13x-5)$

$= (8x-1)(13x-4)$ → Comment ça, ce n'est pas le même résultat ? Regardez bien...

2. $A = 9x^3+30x^2+25x$ → Je vois que x est un facteur commun.

$= x(9x^2+30x+25)$ → Je reconnais $a^2+2ab+b^2$ avec $a=3x$ et $b=5$.

$= x(3x+5)^2$

$B = 8x^2-50$ → Je ne vois pas d'identité remarquable faute de carrés, ni x comme facteur commun.

$= 2(4x^2-25)$ → Mais 2 est un facteur commun... Et il laisse apparaître a^2-b^2 avec $a=2x$ et $b=5$.

$= 2(2x+5)(2x-5)$ → J'écris $(a-b)(a+b)$ sans oublier le 2 .

$C = (8m+1)^3-25(8m+1)$ → Je vois bien que $(8m+1)$ est un facteur commun.

$= (8m+1)[(8m+1)^2-25]$ → Je vois apparaître a^2-b^2 avec $a=(8m+1)$ et $b=5$.

$= (8m+1)[(8m+1)-5][(8m+1)+5]$ → J'écris $(a-b)(a+b)$ sans oublier $(8m+1)$.

$= (8m+1)(8m+1-5)(8m+1+5)$

$= (8m+1)(8m-4)(8m+6)$

$D = (9x^2-1)(4x-49)-5x(9x^2-1)$ → Je vois que $(9x^2-1)$ est un facteur commun.

$= (9x^2-1)[(4x-49)-5x]$

$= (9x^2-1)(4x-49-5x)$

$= (9x^2-1)(-x-49)$ → Ce n'est pas fini !... Car $(9x^2-1)$ se factorise...

$= (3x+1)(3x-1)(-x-49)$

3. $A = (2x-1)(3x+5)+(6x+10)(3x+2)$ → C'est la panique ! Pas de facteur commun ni d'identité remarquable !!!

Mais le 1^{er} terme est $(2x-1)(3x+5)$ et n'a comme facteurs que $(2x-1)$ et $(3x+5)$.

Lequel des deux pourrait-on retrouver dans $(6x+10)(3x+2)$?

$= (2x-1)(3x+5)+2(3x+5)(3x+2)$ → Il n'y a pas de facteur commun global, mais il y en a un dans $(6x+10)$.

$= (3x+5)[(2x-1)+2(3x+2)]$ → Et voilà donc un facteur commun... Ne pas oublier le 2 .

$= (3x+5)(2x-1+6x+4)$

$= (3x+5)(8x+3)$

$B = -7a(10a+30)+(a-3)(3a+9)$

$= -7a\times10(a+3)+(a-3)\times3(a+3)$ → N'oubliez pas de vous occuper de $3a+9$, sinon pas de facteur commun...

$= (a+3)[-7a\times10+(a-3)\times3]$

$= (a+3)(-70a+3a-9)$

$= (a+3)(-67a-9)$

$$\begin{aligned}
C &= (y-1)(2y-1) - y^2 + 1 \\
&= (y-1)(2y-1) - (y^2 - 1) \\
&= (y-1)(2y-1) - (y+1)(y-1) \\
&= (y-1)[(2y-1) - (y+1)] \\
&= (y-1)(2y-1-y-1) \\
&= (y-1)(y-2)
\end{aligned}$$

→ J'ajoute des parenthèses pour faire apparaître $a^2 - b^2$.

$$\begin{aligned}
D &= (3+5n)^2 - 25n^2 + 9 \\
&= (3+5n)^2 + 9 - 25n^2 \\
&= (3+5n)^2 + (3+5n)(3-5n) \\
&= (3+5n)[(3+5n) + (3-5n)] \\
&= (3+5n)(3+5n+3-5n) \\
&= (3+5n) \times 6 \\
&= 6(3+5n)
\end{aligned}$$

→ Je change l'ordre des termes pour faire apparaître $a^2 - b^2$.

$$\begin{aligned}
E &= 4x^2 - 28x + 49 - (4x-24)(6x-21) \\
&= (2x-7)^2 - 4(x-6) \times 3(2x-7) \\
&= (2x-7)[(2x-7) - 4(x-6) \times 3] \\
&= (2x-7)[2x-7-12(x-6)] \\
&= (2x-7)(2x-7-12x+72) \\
&= (2x-7)(-10x+65)
\end{aligned}$$

→ Je factorise tout ce que je peux, la factorisation de $(4x-24)$ ne servant en fait à rien.

$$\begin{aligned}
F &= (9x-12)^2 - 15x + 20 \\
&= [3(3x-4)]^2 - (15x-20) \\
&= 9(3x-4)^2 - 5(3x-4) \\
&= (3x-4)[9(3x-4) - 5] \\
&= (3x-4)(27x-36-5) \\
&= (3x-4)(27x-41)
\end{aligned}$$