Correction de 2de - CALCUL ALGÉBRIQUE - Fiche 8

① **a.**

$5-3x \leqslant 14$

$\Leftrightarrow 5-3x-5 \leqslant 14-5$ → Je supprime l'addition de 5 avec une soustraction de 5 de chaque côté : ça ne change pas la comparaison.

$\Leftrightarrow -3x \leqslant 9$

$\Leftrightarrow \dfrac{-3x}{-3} \geqslant \dfrac{9}{-3}$ → Je supprime la multiplication par -3 avec une division par -3 **négatif** de chaque côté : **ça inverse la comparaison**.

$\Leftrightarrow x \geqslant -3$

Donc $\mathscr{S} = [\,-3\,;+\infty\,[$. → Je conclus avec l'intervalle qui représente les nombres supérieurs ou égaux à -3 .

b.

$-2+7x < 1$

$\Leftrightarrow 7x < 1+2$ → Je supprime la soustraction de 2 avec une addition de 2 de chaque côté : ça ne change pas la comparaison.

$\Leftrightarrow 7x < 3$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{7}{3}$ → Je supprime la multiplication par 7 avec une division par 7 positif de chaque côté : ça ne change pas la comparaison.

Donc $\mathscr{S} = \left]-\infty\,;\dfrac{7}{3}\right[$.

c.

$\sqrt{2}-x \leqslant 0$

$\Leftrightarrow -x \leqslant 0-\sqrt{2}$ → Je supprime l'addition de $\sqrt{2}$ avec une soustraction de $\sqrt{2}$ de chaque côté : ça ne change pas la comparaison.

$\Leftrightarrow -x \leqslant -\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow x \geqslant \sqrt{2}$ → Je supprime le $-$ en passant à l'opposé, c'est une multiplication par -1 **négatif** : **ça inverse la comparaison**.

Donc $\mathscr{S} = [\,\sqrt{2}\,;+\infty\,[$.

> Remarquez une autre méthode :
>
> $\sqrt{2}-x \leqslant 0$
>
> $\Leftrightarrow \sqrt{2}-x+x \leqslant 0+x$ → Je supprime la soustraction de x avec une addition de x de chaque côté.
>
> $\Leftrightarrow \sqrt{2} \leqslant x$ → Ce qui est exactement la même chose que $x \geqslant \sqrt{2}$.

d.

$\dfrac{x}{3}-4 \geqslant 1$

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{3} \geqslant 1+4$ → Je supprime la soustraction de 4 avec une addition de 4 de chaque côté : ça ne change pas la comparaison.

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{3} \geqslant 5$

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{3}\times 3 \geqslant 5\times 3$ → Je supprime la division par 3 avec une multiplication par 3 positif de chaque côté : ça ne change pas la comparaison.

$\Leftrightarrow x \geqslant 15$

Donc $\mathscr{S} = [\,15\,;+\infty\,[$.

e.

$1-\dfrac{x}{5} > -3$

$\Leftrightarrow -\dfrac{x}{5} > -3-1$

$\Leftrightarrow -\dfrac{x}{5} > -4$

Ici, on vous propose deux vitesses possibles.

Manière prudente :

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{5} < 4$ → Je supprime d'abord le $-$.

$\Leftrightarrow x < 4\times 5$ → Puis je supprime la division par 5 .

$\Leftrightarrow x < 20$

Donc $\mathscr{S} =]\,-\infty\,;20\,[$.

Manière rapide :

$\Leftrightarrow -\dfrac{x}{5}\times(-5) < -4\times(-5)$ → Je supprime $\begin{cases}\text{le } - \\ \text{la division par } 5\end{cases}$ en même temps.

$\Leftrightarrow x < 20$

Donc $\mathscr{S} =]\,-\infty\,;20\,[$.

f.

$3-7x < -2x+10$

$\Leftrightarrow -7x < -2x+10-3$ → Je supprime l'addition de 3 avec une soustraction de 3 de chaque côté.

$\Leftrightarrow -7x < -2x+7$

$\Leftrightarrow -7x+2x < 7$ → Je supprime la soustraction de $2x$ avec une addition de $2x$ de chaque côté.

$\Leftrightarrow -5x < 7$

$\Leftrightarrow x > \dfrac{7}{-5}$ → Je supprime la multiplication par -5 avec une division par -5 **négatif** de chaque côté : **ça inverse la comparaison**.

$\Leftrightarrow x > -\dfrac{7}{5}$ → Prenez l'habitude de ne pas laisser vos signes dans la fraction. On aurait pu aussi écrire $-1{,}4$.

Donc $\mathscr{S} = \left]-\dfrac{7}{5}\,;+\infty\right[$.

> On peut écrire directement :
>
> $3-7x < -2x+10$
>
> $\Leftrightarrow -7x+2x < 10-3$

g.

$5 + x \leqslant 9 - 5x$

$\Leftrightarrow x + 5x \leqslant 9 - 5$

$\Leftrightarrow 6x \leqslant 4$

$\Leftrightarrow x \leqslant \dfrac{4}{6}$

$\Leftrightarrow x \leqslant \dfrac{2}{3}$

Donc $\mathscr{S} = \left]-\infty\,;\dfrac{2}{3}\right]$.

h.

$2\,(6x - 3) > -7\,(2 - 3x)$

$\Leftrightarrow 12x - 6 > -14 + 21x$

$\Leftrightarrow 12x - 21x > -14 + 6$

$\Leftrightarrow -9x < -8$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{-8}{-9}$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{8}{9}$

Donc $\mathscr{S} = \left]-\infty\,;\dfrac{8}{9}\right[$.

Remarquez une autre méthode :

$\Leftrightarrow 12x - 6 > -14 + 21x$

$\Leftrightarrow -6 + 14 > 21x - 12x$ → Je vois qu'il y a plus de x à droite, je supprime ceux de gauche.

$\Leftrightarrow 8 > 9x$

$\Leftrightarrow \dfrac{8}{9} > x$ → Ce qui est exactement la même chose que $x < \dfrac{8}{9}$.

i.

$x \times 10^{5} + 2 \times 10^{11} \geqslant 1{,}9 \times 10^{12}$

$\Leftrightarrow x \times 10^{5} \geqslant 1{,}9 \times 10^{12} - 2 \times 10^{11}$

$\Leftrightarrow x \times 10^{5} \geqslant 19 \times 10^{11} - 2 \times 10^{11}$ → Voyez-vous l'idée qui permet de réduire la somme facilement sans écrire plein de zéros ?

$\Leftrightarrow x \times 10^{5} \geqslant 17 \times 10^{11}$

$\Leftrightarrow x \geqslant \dfrac{17 \times 10^{11}}{10^{5}}$ → Et en plus, on a gardé des puissances de 10 qui vont se simplifier !

$\Leftrightarrow x \geqslant 17 \times 10^{6}$

Donc $\mathscr{S} = [17 \times 10^{6}\,;+\infty[$.

j.

$\dfrac{5x - 3}{4} \leqslant \dfrac{1 + 5x}{3}$

$\Leftrightarrow \cancel{4} \times 3 \times \dfrac{5x - 3}{\cancel{4}} \leqslant 4 \times \cancel{3} \times \dfrac{1 + 5x}{\cancel{3}}$ → Il faut multiplier à gauche par 4 pour éliminer la division, mais il faut aussi multiplier à droite ! Pareil pour 3 .

$\Leftrightarrow 3\,(5x - 3) > 4\,(1 + 5x)$

$\Leftrightarrow 15x - 9 > 4 + 20x$

$\Leftrightarrow 15x - 20x > 4 + 9$

$\Leftrightarrow -5x > 13$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{13}{-5}$

$\Leftrightarrow x < -2{,}6$

Donc $\mathscr{S} =]-\infty\,;-2{,}6[$.

---

② **a.**

$\begin{cases} 2x - 8 \leqslant -10 \\ 1 - 5x < 11 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leqslant -10 + 8 \\ -5x < 11 - 1 \end{cases}$ → Je dois gérer en même temps les deux inéquations.

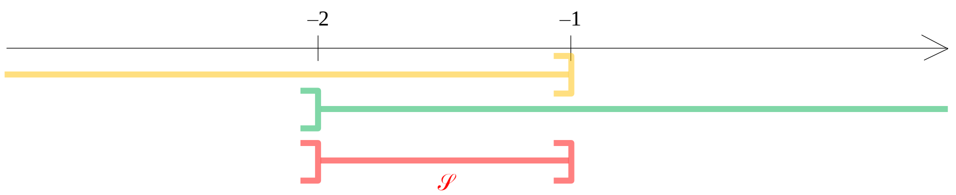
$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leqslant -2 \\ -5x < 10 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant \dfrac{-2}{2} \\ x > \dfrac{10}{-5} \end{cases}$ → Je reste attentif aux inversions de comparaisons !

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant -1 & ★ \\ x > -2 & ★ \end{cases}$

Donc $\mathscr{S} =]-\infty\,;-1] \cap]-2\,;+\infty[\; = \;]-2\,;-1]$. ★ → On prend l'intersection entre les nombres à la fois $\begin{cases} \text{inférieurs ou égaux à } -1 \\ \text{strictement supérieurs à } -2. \end{cases}$

Une représentation graphique permet de mieux comprendre.



Je colorie en rouge ce qui a été colorié à la fois en jaune et en vert.

b. $\begin{cases} -3x+1 < 5x-4 \\ x+3 \geqslant 6(1-x) \end{cases}$

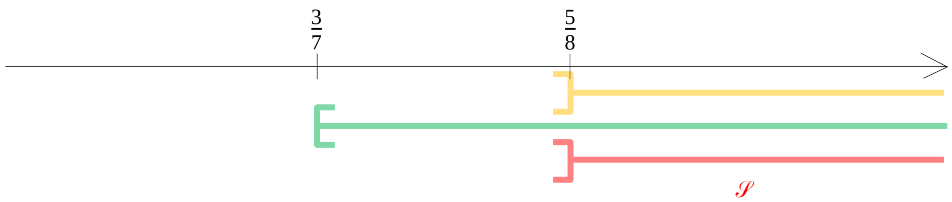
$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x-5x < -4-1 \\ x+3 \geqslant 6-6x \end{cases}$ → La $2^{ème}$ inéquation prend un peu en retard sur la $1^{ère}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} -8x < -5 \\ x+6x \geqslant 6-3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{-5}{-8} \\ 7x \geqslant 3 \end{cases}$ → Je reste attentif aux inversions de comparaisons !

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{5}{8} \;\star \\ x \geqslant \dfrac{3}{7} \;\star \end{cases}$ → Attention à bien repérer qui est le plus grand entre $\dfrac{5}{8} = 0{,}625$ et $\dfrac{3}{7} = 0{,}42...$.

Donc $\mathscr{S} = \left]\dfrac{5}{8}\,;+\infty\right[\cap \left[\dfrac{3}{7}\,;+\infty\right[= \left]\dfrac{5}{8}\,;+\infty\right[$. ★



c. $\begin{cases} 3(x-2) \geqslant x+4 \\ -3x+1 \geqslant -14 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-6 \geqslant x+4 \\ -3x \geqslant -14-1 \end{cases}$

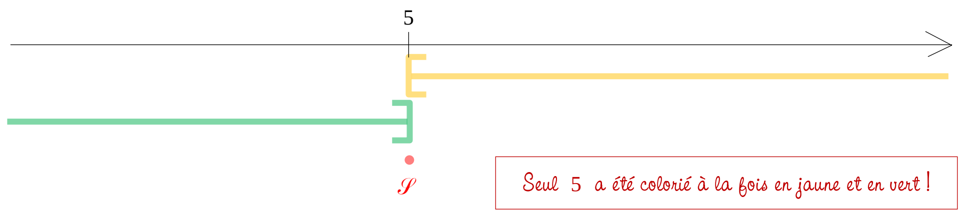
$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-x \geqslant 4+6 \\ -3x \geqslant -15 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geqslant 10 \\ x \leqslant \dfrac{-15}{-3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geqslant \dfrac{10}{2} \\ x \leqslant 5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geqslant 5 \;\star \\ x \leqslant 5 \;\star \end{cases}$

Donc $\mathscr{S} = [\,5\,;+\infty\,[\cap]-\infty\,;5\,] = \{\,5\,\}$. ★



Seul 5 a été colorié à la fois en jaune et en vert !

d. $\begin{cases} \sqrt{3}-x \geqslant 1 \\ 5(x-1) \geqslant x-2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -x \geqslant 1-\sqrt{3} \\ 5x-5 \geqslant x-2 \end{cases}$ → Pour la $1^{ère}$ inéquation, vous pouvez aussi supprimer le x de gauche.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant -1+\sqrt{3} \\ 5x-x \geqslant -2+5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant -1+\sqrt{3} \\ 4x \geqslant 3 \end{cases}$ → Je reste attentif aux inversions de comparaisons !

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant -1+\sqrt{3} \;\star \\ x \geqslant \dfrac{3}{4} \;\star \end{cases}$ → Attention à bien repérer qui est le plus grand entre $-1+\sqrt{3} = 0{,}73...$ et $\dfrac{3}{4} = 0{,}75$.

Donc $\mathscr{S} = \left]-\infty\,;-1+\sqrt{3}\,\right] \cap \left[\dfrac{3}{4}\,;+\infty\right[= \varnothing$.

Rien n'a été colorié à la fois en jaune et en vert...

e.

$$\begin{cases} 5\,000 + 4x > 6x - 2\,000 \\ 5x - 7\,000 < x + 10\,000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 6x > -2\,000 - 5\,000 \\ 5x - x < 10\,000 + 7\,000 \end{cases}$$

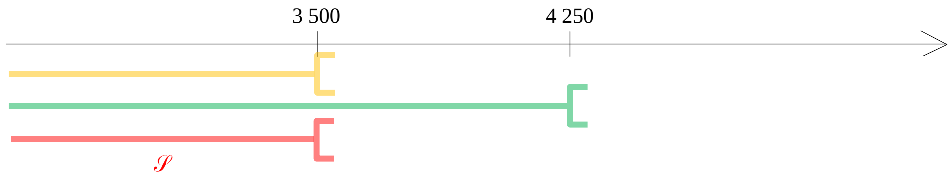
→ *Dans la 1ère équation, on peut aussi supprimer les $4x$ de gauche.*

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x > -7\,000 \\ 4x < 17\,000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < \dfrac{-7\,000}{-2} \\ x < \dfrac{17\,000}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 3\,500 & ★ \\ x < 4\,250 & ★ \end{cases}$$

Donc $\mathscr{S} =]-\infty\,;3\,500\,[\,\cap\,]-\infty\,;4\,250\,[\; = \;]-\infty\,;3\,500\,[$. ★



f.

$-1 - 3x \geqslant 20$ ou $7x - 1 \geqslant 19 - 3x$

$\Leftrightarrow -3x \geqslant 20 + 1$ ou $7x + 3x \geqslant 19 + 1$ → *Je gère là aussi les deux inéquations en même temps.*

$\Leftrightarrow -3x \geqslant 21$ ou $10x \geqslant 20$

$\Leftrightarrow x \leqslant \dfrac{21}{-3}$ ou $x \geqslant \dfrac{20}{10}$

$\Leftrightarrow x \leqslant -7$ ou $x \geqslant 2$

★ ★

Donc $\mathscr{S} =]-\infty\,;-7\,]\cup[\,2\,;+\infty\,[$. ★

Je colorie en rouge ce qui a été colorié en jaune OU en vert.

g.

$10x - 0{,}2 > 1$ ou $3x + 1{,}5 \leqslant 2 - x$

$\Leftrightarrow 10x > 1 + 0{,}2$ ou $3x + x \leqslant 2 - 1{,}5$

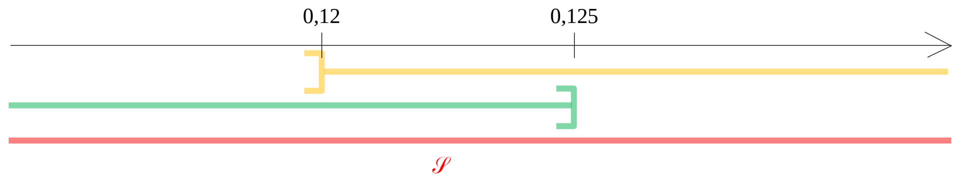
$\Leftrightarrow 10x > 1{,}2$ ou $4x \leqslant 0{,}5$

$\Leftrightarrow x > \dfrac{1{,}2}{10}$ ou $x \leqslant \dfrac{0{,}5}{4}$

$\Leftrightarrow x > 0{,}12$ ou $x \leqslant 0{,}125$

★ ★

Donc $\mathscr{S} =]\,0{,}12\,;+\infty\,[\,\cup\,]-\infty\,;0{,}125\,] = \mathbb{R}$. ★



Tous les nombres ont été coloriés au moins une fois en jaune ou en vert…

h. $\begin{cases} 10x + 44 \geqslant 3(-11 + 7x) \text{ ou } 2x + 50 \leqslant 10(x - 7) \\ 15(x - 10) < 10x \text{ ou } -6x + 100 > 10 - x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x + 44 \geqslant -33 + 21x \text{ ou } 2x + 50 \leqslant 10x - 70 \\ 15x - 150 < 10x \text{ ou } -6x + x > 10 - 100 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 21x \geqslant -33 - 44 \text{ ou } 2x - 10x \leqslant -70 - 50 \\ 15x - 10x < 150 \text{ ou } -5x > -90 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -11x \geqslant -77 \text{ ou } -8x \leqslant -120 \\ 5x < 150 \text{ ou } x < \dfrac{-90}{-5} \end{cases}$

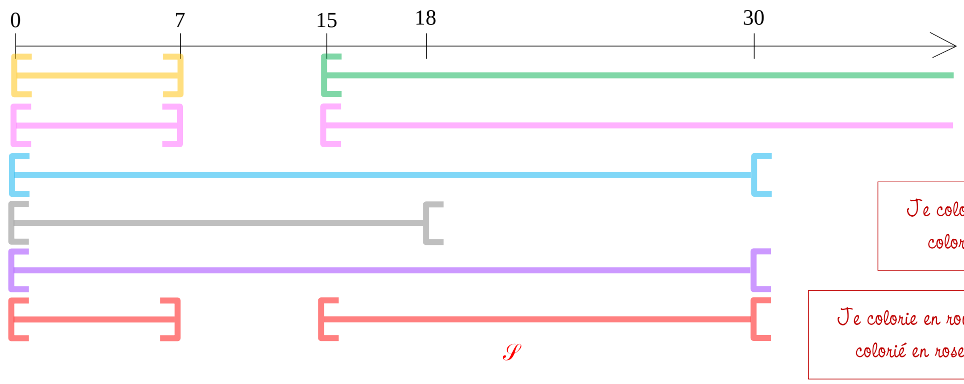
$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant \dfrac{-77}{-11} \text{ ou } x \geqslant \dfrac{-120}{-8} \\ x < \dfrac{150}{5} \text{ ou } x < 18 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leqslant 7 \text{ ou } x \geqslant 15 \\ x < 30 \text{ ou } x < 18 \end{cases}$

Donc $\mathscr{S} = \big([\,0\,;7\,] \cup [\,15\,;+\infty\,[\big) \cap \big([\,0\,;30\,[\cup [\,0\,;18\,[\big)$

$= \big([\,0\,;7\,] \cup [\,15\,;+\infty\,[\big) \cap [\,0\,;30\,[$

$= [\,0\,;7\,] \cup [\,15\,;30\,[$



Je colorie en rose ce qui a été colorié en jaune OU en vert.

Je colorie en violet ce qui a été colorié en bleu OU en gris.

Je colorie en rouge ce qui a été colorié en rose ET en violet.

---

③ **a.** $43 \leqslant 2x - 7 \leqslant 71$

$\Leftrightarrow 43 + 7 \leqslant 2x - 7 + 7 \leqslant 71 + 7$ → Je supprime la soustraction de 7 avec une addition de 7 sur les trois membres de l'encadrement.

$\Leftrightarrow 50 \leqslant 2x \leqslant 78$

$\Leftrightarrow \dfrac{50}{2} \leqslant \dfrac{2x}{2} \leqslant \dfrac{78}{2}$ → Je supprime la multiplication par 2 avec une division par 2 positif : ça ne change pas les comparaisons.

$\Leftrightarrow 25 \leqslant x \leqslant 39$

b. $-152 < 1 - 3y < 412$

$\Leftrightarrow -152 - 1 < -3y < 412 - 1$ → Je supprime l'addition de 1 avec une soustraction de 1 sur les trois membres de l'encadrement.

$\Leftrightarrow -153 < -3y < 411$

$\Leftrightarrow \dfrac{-153}{-3} > y > \dfrac{411}{-3}$ → Je supprime la multiplication par -3 avec une division par -3 **négatif : ça inverse les comparaisons**.

$\Leftrightarrow 51 > y > -137$ → L'encadrement est du plus grand au plus petit à cause de l'inversion...

$\Leftrightarrow -137 < y < 51$ → ... je remets dans l'ordre croissant.

c. $2{,}75 < \dfrac{17 - m}{3} < 4{,}20$

$\Leftrightarrow 2{,}75\times 3 < 17 - m < 4{,}20\times 3$ → Je supprime la division par 3 avec une multiplication par 3 positif sur les trois membres de l'encadrement.

$\Leftrightarrow 8{,}25 < 17 - m < 12{,}60$

$\Leftrightarrow 8{,}25 - 17 < -m < 12{,}60 - 17$ → Je supprime l'addition de 17 avec une soustraction de 17 sur les trois membres de l'encadrement.

$\Leftrightarrow -8{,}75 < -m < -4{,}4$

$\Leftrightarrow 8{,}75 > m > 4{,}4$ → Je supprime le $-$ en passant à l'opposé : **ça inverse la comparaison**.

$\Leftrightarrow 4{,}4 < m < 8{,}75$ → Je remets dans l'ordre.

Comme m est un entier, on en déduit $5 \leqslant m \leqslant 8$.
Les valeurs possibles de m sont 5 ; 6 ; 7 et 8.

④

- $3{,}1 < \pi < 3{,}2$
  $\Leftrightarrow 2\times 3{,}1 < 2\pi < 2\times 3{,}2$
  $\Leftrightarrow 6{,}2 < 2\pi < 6{,}4$
  $\Leftrightarrow 6{,}2 - 1 < 2\pi - 1 < 6{,}4 - 1$
  $\Leftrightarrow 5{,}2 < A < 5{,}4$

- $3{,}1 < \pi < 3{,}2$
  $\Leftrightarrow (-5)\times 3{,}1 > -5\pi > (-5)\times 3{,}2$
  $\Leftrightarrow -15{,}5 > -5\pi > -16$
  $\Leftrightarrow 3 - 15{,}5 > 3 - 5\pi > 3 - 16$
  $\Leftrightarrow -12{,}5 > 3 - 5\pi > -13$
  $\Leftrightarrow -13 < B < -12{,}5$

- $3{,}1 < \pi < 3{,}2$
  $\Leftrightarrow 3{,}1 + 2 < \pi + 2 < 3{,}2 + 2$
  $\Leftrightarrow 5{,}1 < \pi + 2 < 5{,}2$
  $\Leftrightarrow 3\times 5{,}1 < 3(\pi + 2) < 3\times 5{,}2$
  $\Leftrightarrow 15{,}3 < C < 15{,}6$

- $3{,}1 < \pi < 3{,}2$
  $\Leftrightarrow -3{,}1 > -\pi > -3{,}2$
  $\Leftrightarrow 5 - 3{,}1 > 5 - \pi > 5 - 3{,}2$
  $\Leftrightarrow 1{,}9 > 5 - \pi > 1{,}8$
  $\Leftrightarrow \dfrac{1{,}9}{2} > \dfrac{5-\pi}{2} > \dfrac{1{,}8}{2}$
  $\Leftrightarrow 0{,}95 > \dfrac{5-\pi}{2} > 0{,}9$
  $\Leftrightarrow 0{,}9 < D < 0{,}95$