Savoir CALCULER DES COORDONNÉES

Toute la fiche se passe dans un plan muni d'un repère (O, I, J) orthonormé.

Ce qu'il faut savoir :

⚠ Ne confondez pas les **coordonnées de points** et les **coordonnées de vecteurs**.

- **La formule de calcul des coordonnées d'un milieu de $[AB]$**
  - Si $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$, alors le milieu K de $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

    Autrement dit, les coordonnées du milieu sont les moyennes des coordonnées des extrémités.

- **La formule de calcul des coordonnées de vecteurs**
  - Si $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$, alors $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

- **Les règles de calcul sur les coordonnées de vecteur**

  Si $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$, alors
  - $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\begin{pmatrix} a + c \\ b + d \end{pmatrix}$,
  - $-\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} -a \\ -b \end{pmatrix}$,
  - $k\,\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} ka \\ kb \end{pmatrix}$ pour tout nombre réel k.

Ce qu'il faut savoir faire :

- **Lire graphiquement les coordonnées d'un vecteur**

  1) Je lis l'abscisse du vecteur en comptant les unités horizontalement du point de départ au point d'arrivée.
  2) Je lis l'ordonnée du vecteur en comptant les unités verticalement du point de départ au point d'arrivée.

  Remarque : Si le vecteur
  - "va vers la droite", son abscisse est positive,
  - "va vers la gauche", son abscisse est négative,
  - est "vertical", son abscisse est 0.

  Si le vecteur
  - "va vers la haut", son ordonnée est positive,
  - "va vers le bas", son ordonnée est négative,
  - est "horizontal", son ordonnée est 0.

- **Calculer les coordonnées d'un vecteur**
  - Si vous connaissez les coordonnées du point de départ et du point d'arrivée, appliquez la formule $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

    Conseils : Remplissez vos coordonnées en colonnes : $\begin{pmatrix} x_B & \\ y_B & \end{pmatrix}$ puis $\begin{pmatrix} x_B - \\ y_B - \end{pmatrix}$ puis $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.
    N'écrivez rien entre le vecteur et les coordonnées (pas de $=$ en particulier).
  - Si le vecteur est le résultat d'opérations sur d'autres vecteurs, appliquez les règles de calcul.

- **Calculer les coordonnées d'un point**
  - Si c'est un milieu, appliquez la formule $\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.
  - Si le point cherché M est défini par une égalité vectorielle du type $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$:
    1) Posez $(x ; y)$ les coordonnées cherchées.
    2) Calculez les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$ et exprimez celles de $\overrightarrow{AM}$ en fonction de x et y.
    3) Traduisez l'**égalité de vecteurs** par l'égalité des **abscisses** / l'égalité des **ordonnées**.
    4) Résolvez vos deux petites équations pour trouver x et y.

  Remarque : La méthode fonctionne pour tout type d'égalité, comme $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BC}$, mais aussi pour des égalités où M intervient plusieurs fois, comme par exemple $\overrightarrow{AM} = 2\,\overrightarrow{BM} + 3\,\overrightarrow{CM}$.

  Remarque : L'égalité vectorielle peut venir d'un parallélogramme, d'un milieu, d'un symétrique.

Remarques sur les exercices

- Les exercices ① et ② demandent de trouver des coordonnées de vecteurs.
- Les exercices ③ à ⑤ sont des calculs de coordonnées de points.

---

① Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points $M(-5\,;\,2)$, $N(7\,;\,-3)$ et $R(-6\,;\,10)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{RM}$.

2. Calculer les coordonnées du vecteur $3\,\overrightarrow{MN} - 5\,\overrightarrow{RM}$.

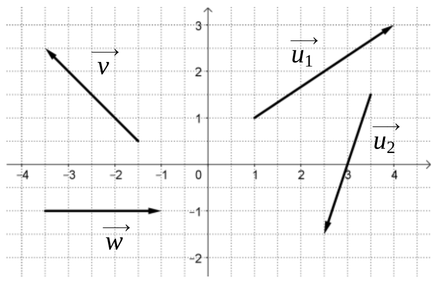
3. Calculer les coordonnées du vecteur $-4\,\overrightarrow{RN} + 2\,\overrightarrow{NM}$.

---

② **1.** Sur le graphique ci-contre, lire graphiquement les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_2}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

2. En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2}$; $\vec{v} - \vec{w}$; $5\,\overrightarrow{u_1}$;

$\overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2} + \vec{v} + \vec{w}$; $3\,\overrightarrow{u_1} + 7\,\overrightarrow{u_2}$; $0{,}5\,\vec{v} + 0{,}1\,\overrightarrow{u_1}$; $\dfrac{3}{7}\,\overrightarrow{u_1} + \dfrac{1}{3}\,\overrightarrow{u_2}$.



---

③ Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points $S(11\,;\,-5)$, $T(1\,;\,4)$, $U(-2\,;\,-8)$ et $V(-9\,;\,20)$.

1. Calculer les coordonnées du point M milieu de $[UV]$.

2. Calculer les coordonnées du point A tel que $\overrightarrow{SA} = \overrightarrow{UV}$.

3. Calculer les coordonnées du point B tel que $\overrightarrow{BU} = 2\,\overrightarrow{SV}$.

4. Calculer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{CT}$.

5. Calculer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{TD} = 3\,\overrightarrow{SD}$.

6. Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{VE} = \overrightarrow{EU} + \overrightarrow{ES}$.

---

④ Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points $A(52\,;\,15)$, $B(-23\,;\,47)$, $C(40\,;\,-11)$ et $D(-65\,;\,-2)$.

1. Calculer les coordonnées du point L tel que $LACD$ soit un parallélogramme.

2. Déterminer les coordonnées du point K symétrique de B par rapport à D.

---

⑤ Dans un repère orthonormé (O, I, J), soit les points $A(6\,;\,0)$, $B(1+\sqrt{2}\,;\,5\sqrt{3})$ et $C(3\sqrt{2}\,;\,1-\sqrt{3})$.

Déterminer les points D et E tels que $ABDE$ soit le parallélogramme de centre C.